

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

Facoltà di Ingegneria

Corso di laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni



LA SAPIENZA

*Analisi dell'interferenza multi utente
nei sistemi basati su tecnica
Ultra Wide Band*

Relatore

Prof.ssa Maria Gabriella
Di Benedetto

Insegnamento

Comunicazioni Elettriche

Correlatore

Dott. Guerino Giancola

Laureando

Spalvieri Daniele

Anno Accademico 2001/2002

INDICE

- INTRODUZIONE	pag.1
- CAPITOLO 1: “ <i>SEGNALE UWB</i> ”	
1.1: Time hopping e modulazione	pag.4
- CAPITOLO 2: “ <i>SISTEMA UWB</i> ”	
2.1: Ipotesi introduttive	pag.10
2.2: Ricevitore soft e tasso di errore	pag.13
- CAPITOLO 3: “ <i>LIMITI DI VALIDITA' DEL MODELLO GAUSSIANO</i> ”	
3.1: Descrizione teorica	pag.25
3.2: Definizione dei parametri	pag.29
3.3: Analisi sperimentale	pag.34
3.4: Studio dei parametri s , T_f	pag.56
3.5: Condizioni di validità del modello gaussiano	pag.63
3.6: Indipendenza dal parametro N_s	pag.72
3.7: Test chi square	pag.78
3.8: Distribuzione interferenti	pag.86

- APPENDICE

A: Simulatore Matlab

pag.94

B: Tabella B1

pag.108

Introduzione

Con il termine “*Ultra Wide Band*” si intende un insieme di tecniche trasmissive che hanno una serie di caratteristiche comuni. In generale, i sistemi UWB usano segnali che sono formati da un treno di impulsi che è trasmesso senza traslazione a frequenza portante, come le usuali modulazioni, e per questo vengono chiamati “*carrieless radio*”: il segnale trasmesso è un segnale in banda base.

Un altro punto in comune dei sistemi UWB è che l’impulso base è di brevissima durata, (da questo deriva il termine impulso radio), addirittura potrebbe essere inferiore ad un nanosecondo, e comunque è molto più corto dell’intervallo di tempo corrispondente al singolo bit.

Una prima e diretta conseguenza della brevissima durata dell’impulso è che la banda occupata da questo tipo di segnale risulta essere molto ampia (*Ultra Wide Band*), anche in assenza di una modulazione dati: parte dalla continua ed arriva a diversi GHz, sovrapponendosi così alle bande già assegnate ad altri sistemi (per esempio il GSM). Ciò nonostante, il segnale UWB non crea interferenza sulle singole trasmissioni a radiofrequenza RF dato il suo basso livello di spettro di densità di potenza di trasmissione, dovuto al fatto che la potenza è spalmata su un’enorme banda, che è tale da confonderlo col rumore del ricevitore. Oltre al ridotto spettro di densità di potenza, un altro effetto dell’ampiezza di banda è che il segnale di un sistema che opera alle più basse frequenze ha facilità a penetrare materiali, e quindi ostacoli, che risulterebbero essere altrimenti opachi alle alte frequenze.

Un’altra importante caratteristica del segnale UWB, conseguenza dell’ampia banda, è l’ottima risoluzione multipath, che consente, non solo di annullare l’effetto di interferenza dovuto ai cammini multipli ma di sfruttare eventuali repliche dell’impulso trasmesso ai fini

di un più accurata rivelazione del bit trasmesso, ottenendo quindi migliori prestazioni che si traducono in probabilità di errore più basse (vedi ricevitore Rake).

Tutte queste caratteristiche, insieme alla disponibilità della tecnologia di generare segnali UWB con bassa complessità, rendono il sistema UWB come il principale candidato per reti wireless indoor in ambienti con alta densità di cammini multipli.

Lo studio di questa tesi ha l'obiettivo di valutare l'interferenza multi-utente nei sistemi UWB, per definire dei limiti di validità entro i quali è possibile modellare tale interferenza come un segnale appartenente ad un processo gaussiano.

CAPITOLO 1

“segnale uwb”

1.1 Time hopping e modulazione

Il segnale che definiamo per analizzare il nostro sistema UWB è il risultato di una modulazione PPM (Pulse Position Modulation) con caratteristiche di accesso multiplo affidate ad un CDMA (Code Division Multiple Access) Time-Hopping ed assume la seguente forma:

$$s_k(t) = \sum_j w(t - jTf - C_j^k Tc - \delta d_j^k) \quad (1.1)$$

$w(t)$ rappresenta la forma d'onda trasmessa ed è detta "monociclo" e si suppone che inizi all'istante zero del clock del trasmettitore; k indica il k_{mo} trasmettitore.

Dunque il segnale trasmesso dal k_{mo} utente consiste nella ripetizione di infiniti monocicli il j_{mo} dei quali inizia all'istante $(t - jTf - C_j^k Tc - \delta d_j^k)$.

Analizziamo più in dettaglio la (1.1):

$\sum_j w(t - jTf)$ consiste in un treno di impulsi equispaziati, con ripetizione temporale pari a Tf detto *frame time* che tipicamente è 100 o 1000 volte più grande della larghezza del singolo "monociclo". Per questo il duty cycle è molto basso. Segnali di questo tipo, di due o più utenti diversi, sono però vulnerabili a *collisione catastrofica*, quando giungono allo stesso istante di tempo al ricevitore, in quanto si sovrapporrebbero.

Per eliminare questo problema di collisione dovuta all'accesso multiplo, ad ogni trasmettitore è assegnato un codice che si identifica nella sequenza $\{ C_j^k \}$ detta *Time Hopping Code*. Questa è una sequenza di numeri interi aleatoria di periodo Np : $C_{j+iNp}^k = C_j^k$ valida per ogni i, j interi.

Supponiamo inoltre che sia soddisfatto il vincolo $0 \leq C_j^k \leq Nh-1$, allora il codice time hopping provvede ad una traslazione temporale addizionale di $C_j^k Tc$ rispetto all'istante di tempo jTf . Questi shift addizionali causati dal codice sono ovviamente una sequenza discreta tra 0 e $(Nh-1)Tc$. Assumiamo inoltre che $NhTc \leq Tf$ e dunque $NhTc/Tf$ rappresenta la frazione di *frame time* sul quale è permesso il time hopping. Se $NhTc$ minore di Tf , è troppo piccolo la possibilità di collisione rimane ancora significativa. Viceversa con un valore sufficientemente grande di $NhTc$ si può pensare che il pericolo di collisione sia effettivamente ridotto. Poiché il codice di time hopping è periodico di periodo Np , la forma d'onda $\sum_j w(t - jTf - C_j^k Tc)$ sarà anch'essa periodica, di periodo $NpTf = Tp$. Un effetto del time hopping è quello di ridurre la distanza delle linee spettrali dello spettro di densità di potenza da $1/Tf$ a $1/Tp$.

L'ultima parte del segnale $s_k(t)$ che rimane da analizzare è quella relativa alla modulazione dati. La sequenza $\{d_j^k\}$ è una sequenza di simboli binari 0/1 che trasporta l'informazione trasmessa dal k -mo trasmettitore. Se supponiamo che, relativamente a un simbolo, siano trasmessi Ns monocicli, possiamo stabilire che nella trasmissione dell' i -mo simbolo $d_{iNs}^k = d_{iNs+1}^k = \dots = d_{(i+1)Ns-1}^k$. Perciò il singolo simbolo avrà una durata pari a $NsTf = Tb$. Con questo formato di modulazione è dunque evidente che quando il simbolo sarà 0 non c'è un'ulteriore traslazione dei monocicli, mentre ci sarà traslazione aggiuntiva pari a δ quando il simbolo trasmesso è 1.

Per un fissato periodo di ripetizione dell'impulso Tf il bit rate Rb determina il numero di monocicli che sono modulati con un dato simbolo attraverso l'equazione $Rb = \frac{1}{Tb} = \frac{1}{NsTf}$.

Ecco schematicamente la relazione tra pacchetti, bit e impulsi.

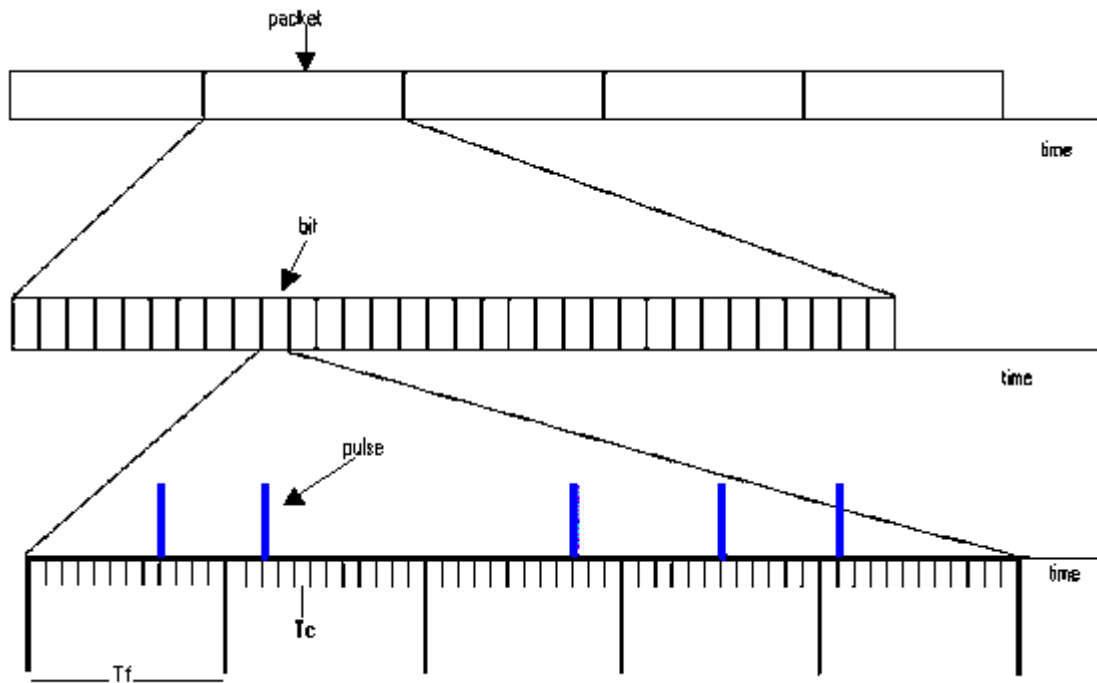


Figura 1.1: relazione bit-impulsi del segnale uwb

In questa schematizzazione sono usati i seguenti valori: $N_s=4$; $N_p=4$; $N_h=8$. L'impulso base è stato assunto rettangolare.
 In fig1 gli impulsi sono associati al simbolo 0.
 In fig2 gli impulsi sono associati al simbolo 1 essendo ulteriormente traslati di delta.

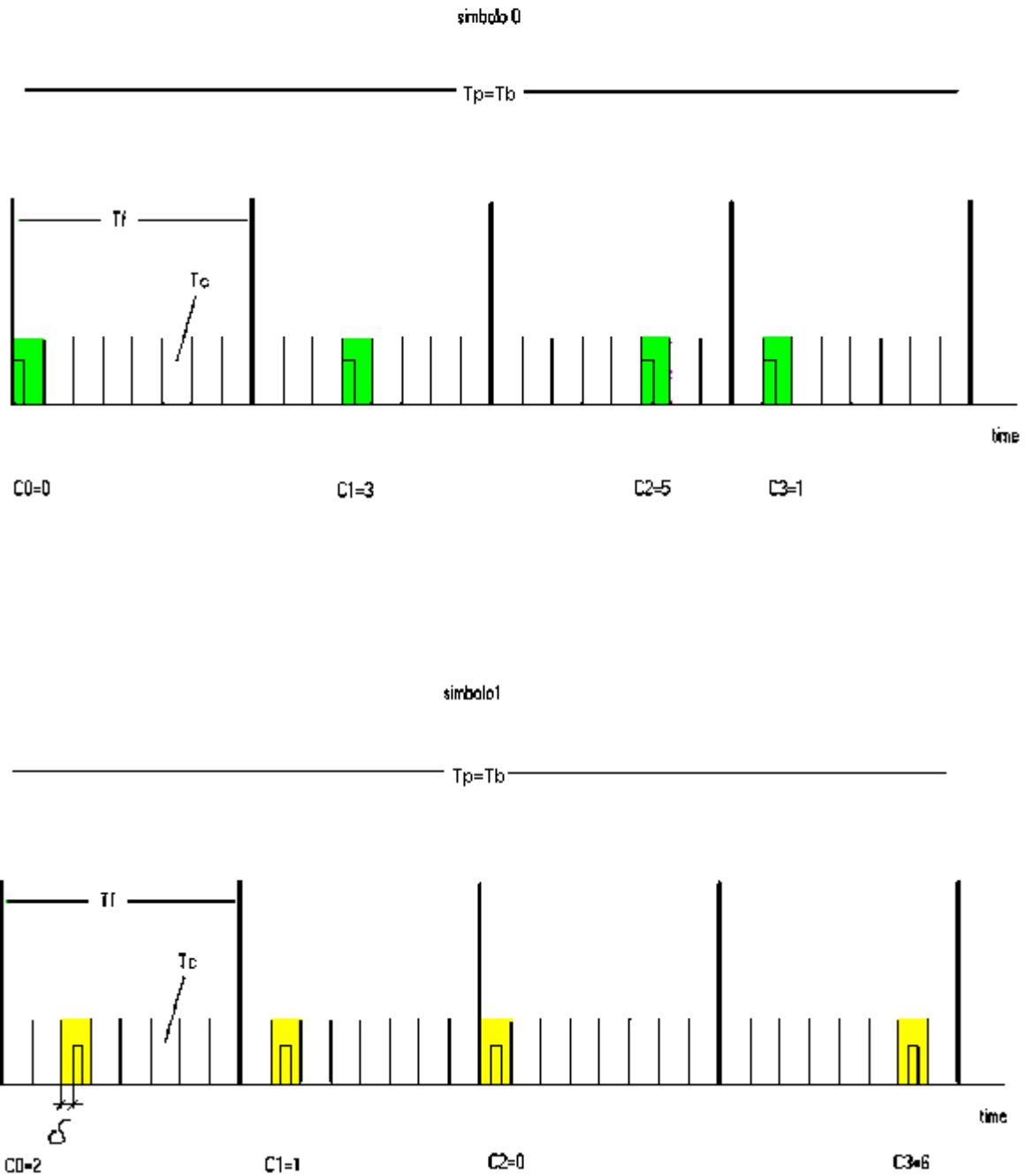


Figura 1.2: esempio segnale uwb nella trasmissione del bit 0 e del bit 1

Esistono varie forme d'onda per definire il monociclo $w(t)$. Prenderemo in considerazione il monociclo di Scholtz definito dalla derivata seconda di una funzione gaussiana, espresso analiticamente da

$$w(t) = \left[1 - 4\pi \left(\frac{t}{\tau_m} \right)^2 \right] \exp \left(\left[-2\pi \left(\frac{t}{\tau_m} \right)^2 \right] \right)$$

e che presenta il seguente andamento:

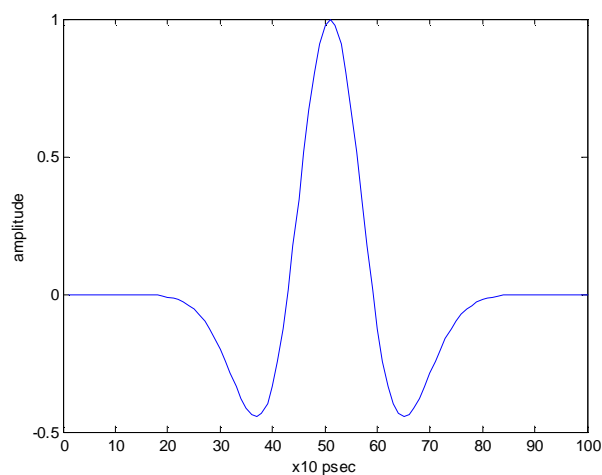


Figura 1.3: monociclo di Scholtz

Riportiamo per completezza, anche un esempio di una parte del segnale uwb trasmesso:

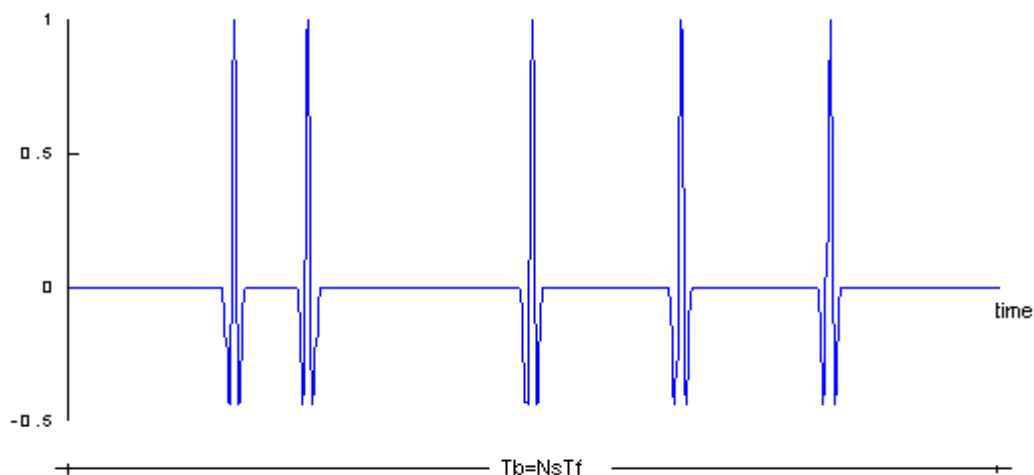


Figura 1.4 : segnale uwb trasmesso

CAPITOLO 2

“sistema uwb”

2.1 Ipotesi introduttive

Nell'analisi teorica del sistema multiaccesso preso in considerazione, ipotizziamo Nu links attivi in un certo istante. In tal caso, il segnale ricevuto $r(t)$ risulta essere comprensivo sia del segnale trasmesso dall'utente utile con cui il ricevitore supponiamo sincronizzato, sia dal segnale interferente determinato dalla sovrapposizione dei segnali uwb degli altri $(Nu-1)$ utenti del sistema a cui si aggiunge il rumore del ricevitore. Pertanto $r(t)$ può essere modellato come

$$r(t) = \sum_{k=1}^{Nu} A_k s_k(t - \tau_k) + n(t) = \sum_{k=1}^{Nu} A_k \sum_{j=-\infty}^{+\infty} w(t - jTf - C_j^k Tc - \delta d_j^k - \tau_k) + n(t)$$

dove:

A_k rappresenta l'ampiezza con cui il segnale è trasmesso dal k_{mo} trasmettitore;

τ_k rappresenta il tempo di asincronismo tra clock del trasmettitore e quello del ricevitore ed è quindi possibile rappresentarlo con una variabile aleatoria;

$n(t)$ rappresenta il rumore del ricevitore ed è assunto realizzazione di un processo Gaussiano a media nulla e bianco, con spettro di densità di potenza bilatero pari a $N_0/2$ watt/Hz, e indipendente dai segnali uwb trasmessi.

Supponiamo di voler determinare solo l'informazione trasportata dal primo utente che per noi è quello utile. Allora possiamo scrivere

$$r(t) = A_1 s_1(t - \tau_1) + \sum_{k=2}^{Nu} A_k s_k(t - \tau_k) + n(t)$$

$$r(t) = A_1 s_1(t - \tau_1) + n_t(t) \tag{2.1}$$

dove

$$n_t(t) = \sum_{k=2}^{Nu} A_k s_k(t - \tau_k) + n(t)$$

Vogliamo ora valutare le prestazioni del ricevitore ponendoci nelle seguenti ipotesi:

- ✓ le variabili aleatorie C_j^k sono assunte indipendenti e identicamente distribuite nell'intervallo $[0, Nh-1]$, per $k = 1 \dots Nu$, per $j = 1 \dots Np$, cosicché

$$Pb\{C_j^k = 0\} = Pb\{C_j^k = 1\} = \dots = Pb\{C_j^k = Nh-1\} = \frac{1}{Nh};$$
- ✓ la differenza dei tempi di trasmissione $(\tau_k - \tau_1)$, per $k = 2 \dots Nu$, sono variabili indipendenti e identicamente distribuite con $(\tau_k - \tau_1) \bmod Tf$ uniformemente distribuito in $[0, Tf)$;
- ✓ $\int_{-\infty}^{+\infty} w(t) dt = 0$;
- ✓ Nu sufficientemente elevato;

Le prime due ipotesi assicurano che l'interferenza creata da differenti monocicli, diversi da quello utile, siano tra di loro indipendenti.

La terza assicura che l'interferenza da accesso multiplo più rumore del ricevitore, cioè $n_i(t)$, sia a media nulla.

L'ultima ipotesi invece, per il "teorema del limite centrale", in base alle ipotesi precedenti, ci permette di modellare l'interferenza globale $n_i(t)$ come un processo gaussiano.

2.2 Ricevitore soft e tasso di errore

In genere si può supporre che il ricevitore sia sincronizzato col segnale trasmesso dal primo utente, per cui è possibile effettuare un'analisi temporale posizionando l'origine del sistema di riferimento in corrispondenza del tempo di ritardo del trasmettitore utile τ_1 in modo tale che, senza perdita di generalità, è possibile assumere $\tau_1 = 0$ e poter quindi rivelare l'informazione trasportata da esso.

Consideriamo qui il caso più generale possibile. Viene presa la decisione sull' i -mo simbolo in base al seguente test:

$$\alpha_i = \sum_{j=iNs}^{(i+1)Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} r(t)v(t - jTf - C_j^1Tc - \tau_1)dt > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{decide per il simbolo } d_i^1 = 0$$

cioè il ricevitore esegue la correlazione del segnale ricevuto $r(t)$ con il segnale maschera

$$m(t) = \sum_{j=iNs}^{(i+1)Ns-1} v(t - jTf - C_j^1Tc - \tau_1) \quad \text{con } v(t) = w(t) - w(t - \delta)$$

sull'intero intervallo di durata dell' i -mo simbolo, pari a $Tb=NsTf$. La variabile α_i è quindi il valore del segnale all'uscita del correlatore campionata all'istante iTb sec.

Il valore di δ va ottimizzato per massimizzare la correlazione tra $v(t)$ e $w(t)$: δ_{opt} è dunque il valore di δ che minimizza l'autocorrelazione del monociclo $w(t)$ (vedi espressione m_p pag16).

Per semplificare l'espressione analitica dei calcoli successivi, si può porre $i = 0$ con la consapevolezza che la seguente analisi matematica rimane valida per il generico simbolo i -mo.

Di seguito è riportato l'andamento del segnale $v(t)$ e la relativa maschera del ricevitore nel caso in cui l'impulso trasmesso è quello di Scholtz visto nel *cap.1*

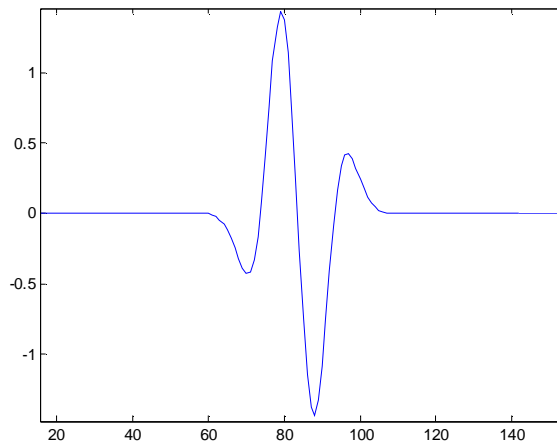


Figura 2.1: segnale $v(t)$

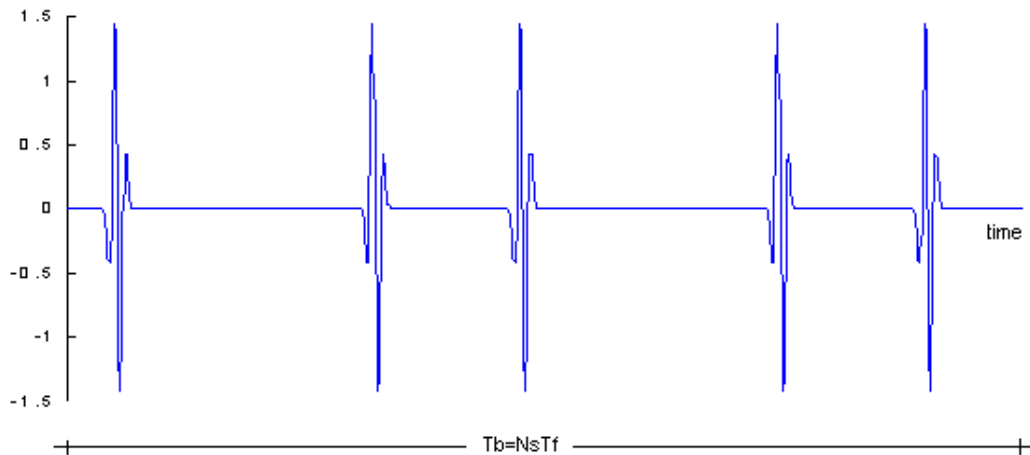


Figura 2.2 : segnale $m(t)$ maschera del ricevitore

La variabile di test all'uscita del correlatore può essere così riscritta:

$$\alpha = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} r(t)v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt = Z + Z_{MUI} + Z_{NOISE}$$

Separando l'integrale tenendo conto dell'espressione di $r(t)$ data dalla (2.1) si ha:

$$Z = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} A_1 \sum_{i=-\infty}^{+\infty} w(t-iTf-C_i^1Tc-\delta d_i^1-\tau_1)v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt \quad (2.2)$$

$$Z_{MUI} = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} \left[\sum_{k=2}^{Nu} A_k s_k(t-\tau_k) \right] v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt =$$

$$= \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} \left[\sum_{k=2}^{Nu} A_k \sum_{i=-\infty}^{+\infty} w(t-iTf-C_i^kTc-\delta d_i^k-\tau_k) \right] v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt \quad (2.3)$$

$$Z_{NOISE} = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} n(t)v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt \quad (2.4)$$

essendo Z un valore costante e Z_{MUI} , Z_{NOISE} , le variabili aleatorie a media nulla che modellano l'uscita del correlatore quando al suo ingresso è presente rispettivamente, il segnale utile, il segnale interferente, ed il rumore del ricevitore.

Dall'espressione (2.2) appare evidente che le forme d'onda del segnale utile e della maschera si sovrappongono, nell'intervallo di integrazione che stiamo considerando, solo per $i = j$, nel qual caso, effettuando un cambiamento di variabile per l'espressione che stiamo considerando si hanno i seguenti sviluppi:

$$Z = \sum_{j=0}^{N_s-1} \int_{-C_j^1 T_c}^{-C_j^1 T_c + T_f} \left[\sum_{i=0}^{N_s-1} w(x + (j-i)T_f + (C_j^1 - C_i^k)T_c - \delta d_i^k) \right] v(x) dx$$

con ovvia estensione degli estremi di integrazione, dovuta al fatto che la regione su cui si estende la funzione $w(t - \delta d)v(t)$ per tutti i possibili valori della variabile t è pari a $[-T_m, T_m + \delta]$ sicuramente contenuta nell'intervallo di integrazione $[-C_j^1 T_c, -C_j^1 T_c + T_f]$, si ha

$$Z = N_s A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \delta d)v(t) dt = \pm N_s A_1 m_p$$

avendo definito la variabile m_p come

$$+m_p = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t)v(t) dt \quad \text{l'uscita del correlatore quando il simbolo trasmesso è } d = 0$$

$$-m_p = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t - \delta)v(t) dt \quad \text{l'uscita del correlatore quando il simbolo trasmesso è } d = 1$$

Tenuto conto della (2.1), dall'espressioni (2.3) e (2.4), giungiamo alla conclusione che l'interferenza totale, causata dai segnali di altri trasmettitori e dal rumore del ricevitore all'uscita del correlatore, può essere espressa dalla v.a.:

$$n = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} n_t(t)v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt = Z_{MUI} + Z_{NOISE} = \sum_{k=2}^{Nu} A_k n_k + Z_{NOISE} \quad (2.5)$$

Allora, dall'espressione (2.3), in riferimento al k -mo trasmettitore, trascurando il rumore del ricevitore poniamo:

$$\begin{aligned} n_k &= \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{\tau_1+jTf}^{\tau_1+(j+1)Tf} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} w(t-iTf-C_i^kTc-\delta d_i^k-\tau_k)v(t-jTf-C_j^1Tc-\tau_1)dt = \\ &= \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{-C_j^1Tc}^{-C_j^1Tc+Tf} \left[\sum_{i=-\infty}^{+\infty} w(x+(j-i)Tf+(C_j^1-C_i^k)Tc-\delta d_i^k+(\tau_1-\tau_k)) \right] v(x)dx \end{aligned}$$

ponendo $(\tau_1 - \tau_k) = j_{1,k}Tf + \alpha_{1,k}$

con $j' = j_{1,k} = \left\lfloor \frac{(\tau_1 - \tau_k)}{Tf} \right\rfloor$, $\lfloor (*) \rfloor$ indica estremo inferiore, e $\alpha_{1,k} = (\tau_1 - \tau_k) \bmod Tf$,

solo un termine della somma su i , con indice $i = j + j_{1,k}$, è diverso da zero cosicché

$$n_k = \sum_{j=0}^{Ns-1} \int_{-\infty}^{+\infty} w(x + \alpha_{1,k} + (C_j^1 - C_{j+j'}^k)Tc + \delta d_{j+j'}^k) v(x)dx = \sum_{j=0}^{Ns-1} n_k^j$$

dove $n_k^j = \int_{-\infty}^{+\infty} w(x + \alpha_{1,k} + (C_j^1 - C_{j+j'}^k)Tc + \delta d_i^k) v(x) dx = R(\alpha_{1,k} + (C_j^1 - C_{j+j'}^k)Tc + \delta d_{j+j'}^k)$

con $R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} w(t + \tau)v(t)dt$ l'intercorrelazione tra $w(t)$ e $v(t)$, che rappresenta l'interferenza generata dal k -mo trasmettitore nel j -mo frame dell'utente di interesse e risulta essere ovviamente dipendente dalle variabili aleatorie dipendenti dall'intervallo di tempo di asincronismo mediante $\alpha_{1,k}$, dal codice di time-hopping attraverso le variabili C_i^k e infine dal bit trasmesso rappresentato dalla variabile d_i^k .

A questo punto non rimane che determinare SNR , ossia il rapporto segnale a rumore in presenza di Nu trasmettitori all'uscita del correlatore, essendo per noi la potenza del segnale utile pari a Z^2 , perché Z è una costante, mentre la potenza del segnale interferente sarà definita dal secondo momento della variabile aleatoria n espressa dalla (2.5):

$$SNR = \frac{E\{Z^2\}}{E\{(n - n')^2\}} = \frac{Z^2}{E\{n^2\}} = \frac{Z^2}{\sigma_n^2}$$

dove n' indica il valore atteso di n che si può assumere nullo: $n' = 0$; per questo si ha

$$E\{(n - n')^2\} = E\{n^2\} = \sigma_n^2 \text{ che è la varianza della variabile aleatoria } n.$$

Ricordo che le ipotesi poste assicurano che i segnali trasmessi da differenti utenti siano tra di loro indipendenti e indipendenti dal rumore del ricevitore, quindi, dalla variabile aleatoria

$$n = Z_{MUI} + Z_{NOISE} = \sum_{k=2}^{Nu} A_k n_k + Z_{NOISE}$$

si trova la sua varianza

$$\sigma_n^2 = E\{Z_{MUI}^2\} + E\{Z_{NOISE}^2\} = \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2 E\{n_k^2\} + \sigma_{rec}^2$$

Si hanno i seguenti sviluppi:

$$E\{n_k^2\} = \sum_{i=0}^{Ns-1} \sum_{j=0}^{Ns-1} E\{n_{ki}^* n_{kj}\} = \sum_{i=0}^{Ns-1} E\{n_{ki}^2\} + \sum_{i \neq j} E\{n_{ki}^* n_{kj}\}$$

In accordo alle ipotesi esemplificative fatte precedentemente, con l'ulteriore ipotesi che i digit hanno stessa probabilità di essere emessi, si hanno le seguenti densità di probabilità:

$$p_c(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{j=0}^{Nh-1} u_0(x-j) \quad (\text{ddp della v.a. di codice})$$

$$p_\alpha(x) = \frac{1}{Tf} \text{rect}_{Tf}(x) \quad (\text{ddp della v.a. di ritardo})$$

$$p_d(x) = \frac{1}{2} (u_0(x) - u_0(x-1)) \quad (\text{ddp della v.a. di bit})$$

Pertanto si ha

$$E\left\{n_k^j\right\}^2 = \iint E_\alpha\left\{n_k^j\right\}^2 p_c(x)p_d(y)dx dy$$

$$\text{ma } E_\alpha\left\{n_k^j\right\}^2 = \frac{1}{Tf} \int_{-Tf/2}^{+Tf/2} |n_k^j|^2 dz$$

$$\text{quindi } E\left\{n_k^j\right\}^2 = \iint E_\alpha\left\{n_k^j\right\}^2 p_c(x)p_d(y)dx dy = \frac{1}{Tf} \int_{-\infty}^{+\infty} |R(\varphi)|^2 d\varphi$$

in cui l'ultimo passaggio è reso possibile grazie al cambiamento degli estremi di integrazione.

Concludiamo così che la potenza degli utenti interferenti è espressa da

$$E\left\{n_k^j\right\}^2 = \frac{1}{Tf} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} w(x-\delta)v(x)dx \right]^2 d\delta = \frac{1}{Tf} \sigma_w^2 = \sigma_a^2$$

e tenendo conto che, posto $\sigma_c^2 = \sum_{i \neq j} E\{n_{ki}^* n_{kj}\}$, risulta $\sigma_a^2 \gg (Ns-1)\sigma_c^2$,

nel caso in esame possiamo ritenere valida l'approssimazione

$$E\left\{n_k^2\right\} \cong Ns\sigma_a^2 \quad \text{dove } \sigma_a^2 = \frac{1}{Tf} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} w(t-\delta)v(t)dt \right]^2 d\delta$$

perciò

$$\sigma_n^2 = Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2 + \sigma_{rec}^2$$

Non rimane che esprimere la potenza di rumore σ_{rec}^2 , all'uscita del correlatore. A tale scopo applichiamo una proprietà dei sistemi lineari secondo la quale l'autocorrelazione dell'uscita è determinata dall'autocorrelazione dell'ingresso in convoluzione con l'autocorrelazione della risposta impulsiva. Tenuto conto che per noi all'ingresso del ricevitore è supposto un rumore gaussiano bianco, con spettro di densità di potenza $N_0/2$ watt/Hz, la sua autocorrelazione sarà un impulso di dirac centrato nell'origine di ampiezza pari a $N_0/2$ mentre la risposta impulsiva coincide con la maschera $m(t)$ del ricevitore, e quindi la sua autocorrelazione varrà

$$\int_{-\infty}^{+\infty} m(t+\tau)m(t)dt = Ns \int_{-\infty}^{+\infty} v(t+\tau)v(t)dt. \text{Facendo quindi la convoluzione si otterrà}$$

$$R_{noise}(\tau) = Ns \frac{N_0}{2} u_0(\tau) * \int_{-\infty}^{+\infty} v(t+\tau)v(t)dt = Ns \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} v^2(t)dt u_0(\tau)$$

Per una proprietà dell'autocorrelazione, la potenza di un segnale è pari al valore della sua autocorrelazione calcolata nell'origine, si ha che

$$\sigma_{rec}^2 = R_{noise}(0) = Ns \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} v^2(t)dt$$

Dalla definizione della variabile m_p risulta $\int_{-\infty}^{+\infty} v^2(t) dt = 2m_p$ quindi concludendo risulta

$$\sigma_{rec}^2 = NsNom_p$$

Possiamo quindi concludere dando l'espressione del SNR all'uscita del correlatore, prima nel caso in cui consideriamo presente il solo utente utile:

$$SNR_N = \frac{Z^2}{\sigma_{rec}^2} = \frac{(NsA_1m_p)^2}{NsNom_p} \quad (\text{Signal Noise Ratio})$$

poi, considerando il caso in cui il segnale utile è affetto solo da interferenza da multiutente:

$$SIR = \frac{(NsA_1m_p)^2}{Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2} \quad (\text{Signal Interference Ratio})$$

per un SNR complessivo pari

$$SNR = \frac{Z^2}{\sigma_n^2} = \frac{(NsA_1m_p)^2}{NsNom_p + Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2} = \left[\frac{1}{SNR_N} + \frac{1}{SIR} \right]^{-1} \quad (2.6)$$

A questo punto possiamo calcolare le prestazioni del sistema ad accesso multiplo.

Abbiamo calcolato la variabile all'uscita del correlatore $\alpha = Z + Z_{MUI} + Z_{NOISE}$, che risulta essere somma di tre contributi: 1) Z : uscita del correlatore corrispondente al segnale utile al suo ingresso, definita dalla (2.2), che è una costante; 2) Z_{NOISE} : uscita correlatore corrispondente al solo rumore termico all'ingresso del ricevitore, definita dalla (2.4), che modella una variabile aleatoria gaussiana a media nulla e di varianza (potenza) $\sigma_{rec}^2 = NsNom_p$; 3) Z_{MUI} : uscita correlatore corrispondente al solo segnale interferente al suo ingresso, definita dalla (2.3), che è una variabile aleatoria di varianza (potenza)

$E(|Z_{MUI}|^2) = Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2$, di cui però non si conosce la distribuzione. Per tale motivo, si fa

l'ulteriore ipotesi fondamentale che anch'essa sia una variabile aleatoria gaussiana.

Grazie a questa ipotesi di considerare Z_{MUI} gaussiana, tenuto conto anche che si era supposta l'indipendenza delle variabili Z_{MUI} e Z_{NOISE} , la variabile n definita nella (2.5) risulta essere

gaussiana a media nulla e varianza $\sigma_n^2 = NsNom_p + Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2$.

Dunque anche la variabile di test α sarà assunta a distribuzione gaussiana.

Da questa considerazione segue che la probabilità di errore sul simbolo trasmesso, ossia il tasso di errore *BER* (*Bit Error Rate*) è data da:

$$Pe = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{SNR}}^{+\infty} e^{-x^2/2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{SNR}{2}}\right)$$

(2.7)

con *SNR* dato dalla (2.6).

CAPITOLO 3

“limiti di validità dell'approssimazione gaussiana”

3.1 Descrizione teorica

Nell'analisi teorica che ora descriveremo, così come in quella sperimentale, c'è da precisare che tutto è svolto non tenendo conto di alcun tipo di canale: assumiamo cioè che non ci sia alcun tipo di effetto dovuto ai cammini multipli che potrebbe subire il generico impulso se trasmesso in un ambiente indoor e supponiamo che le ampiezze dei segnali trasmessi non subiscano alcun tipo di attenuazione nella trasmissione dal generico trasmettitore ed il ricevitore considerato.

Inoltre facciamo l'ipotesi di un “*perfetto controllo di potenza*” ossia assumiamo che i vari segnali uwb trasmessi dai vari utenti giungano al ricevitore con la stessa potenza. Tenendo conto dell'ipotesi di assenza di canale, la parità di potenza al ricevitore, equivale alla parità di potenza di tutti i trasmettitori, e questo si traduce nel considerare che le ampiezze con cui sono trasmessi i segnali uwb, trasmessi dai vari utenti, soddisfino il vincolo

$$A_1 = A_k \quad \text{per } K = 2 \dots Nu$$

essendo Nu il numero di utenti contemporaneamente attivi nel sistema che supponiamo costante nella nostra analisi.

Queste ipotesi portano a considerare un'architettura di rete costituita da un certo numero di trasmettitori che si trovano alla stessa distanza R dall'unico ricevitore utile:

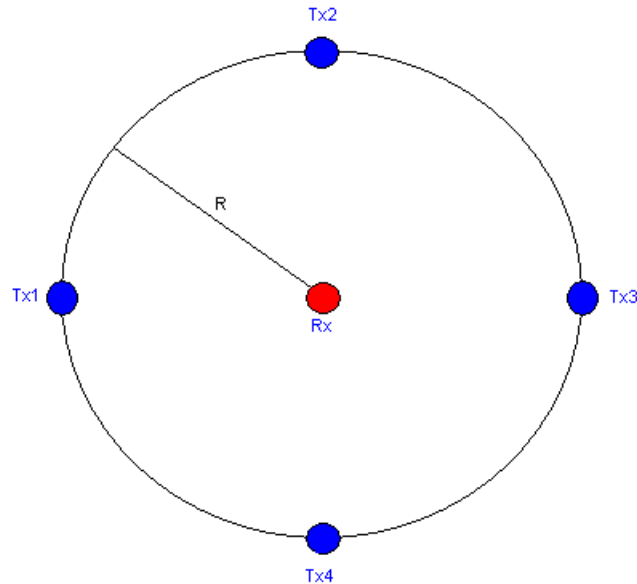


Figura 3.1: architettura di rete equivalente

Da specificare poi che l'analisi sperimentale svolta nel successivo paragrafo è stata effettuata tenendo conto di un tempo di ritardo di asincronismo uniformemente distribuito nell'intervallo $[0, T_f)$, tra il segnale di un generico interferente ed il segnale dell'utente utile con il quale supponiamo il ricevitore perfettamente sincronizzato, secondo quanto ipotizzato nel capitolo 2.1.

Abbiamo visto dall'analisi teorica che, sotto l'ipotesi fondamentale che l'interferenza da accesso multiplo, definita dalla variabile Z_{MUI} all'uscita del correlatore, fosse modellata come una variabile gaussiana, è possibile dare un'espressione analitica della probabilità di errore (vedi (2.7)):

$$Pe = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\sqrt{SNR}}^{+\infty} e^{-x^2/2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{SNR}{2}} \right)$$

(3.1)

con SNR dato dalla (2.6) e che riportiamo nell'ipotesi di perfetto controllo di potenza:

$$SNR = \frac{(NsA_1m_p)^2}{\sigma_{rec}^2 + Ns\sigma_a^2 \sum_{k=2}^{Nu} A_k^2} = \frac{(Nsm_p)^2}{NsNom_p + Ns\sigma_a^2(Nu-1)} = \left[\frac{1}{SNR_N} + \frac{1}{SIR} \right]^{-1}$$

(3.2)

con

$$SNR_N = \frac{Ns}{No} m_p = \frac{Ns}{No} (Ew - R_w(\delta)) = \frac{NsEw}{No} \left(1 - \frac{R_w(\delta)}{Ew} \right) = \frac{Eb}{No} \left(1 - \frac{R_w(\delta)}{R_w(0)} \right)$$

$$SIR = \frac{Nsm_p^2}{\frac{1}{Tf} \sigma_w^2 (Nu-1)} = \frac{1}{Rb \frac{\sigma_w^2}{m_p^2} (Nu-1)}$$

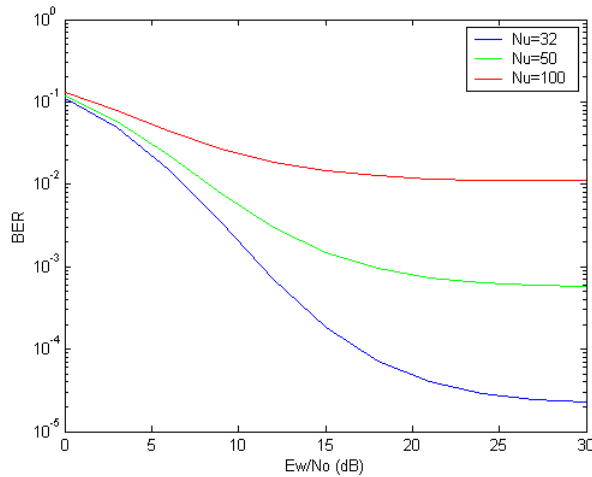
(3.3)

Dal punto di vista teorico, sarà quindi possibile valutare accuratamente la probabilità di errore per bit come dimostrano i seguenti andamenti della BER in funzione del rapporto

E_b/N_o e quindi indirettamente, in funzione del SNR_b (rapporto segnale a rumore per bit

all'ingresso del ricevitore), avendo definito $E_b = N_s E_w$ l'energia per bit, $E_w = \int_{-\infty}^{+\infty} w^2(t) dt$

l'energia del monociclo ed essendo quindi $SNR_b = \frac{1}{T_f} \frac{A_1^2 E_w}{N_o/2}$.



N_s	1
N_h	32
T_c	0.9 nsec
T_f	28.8 nsec
τ_m	0.2877 nsec
δ	0.144 nsec

Figura 3.2: i parametri usati nel tracciamento del grafico soprastante sono riassunti in tabella

3.2 Definizione dei parametri

Vogliamo ora valutare la validità dell'approssimazione gaussiana sempre nell'ipotesi di perfetto controllo di potenza, valutando lo scostamento della probabilità di errore determinata dalla simulazione di una condizione reale e in assenza di canale dalla probabilità di errore teorica calcolata analiticamente come sopra nella (3.1).

Prima di intraprendere tale studio sarà opportuno definire i parametri che intervengono.

Dallo studio dell'articolo svolto in [5], è possibile scrivere le seguenti relazioni una volta che è stato definito il parametro τ_m dell'impulso di Scholtz:

$$\text{I.) } \delta_{opt} = 0.54\tau_m \quad (3.4)$$

$$\text{II.) } Tm = 2.2\tau_m \quad (3.5)$$

In generale si assume che la larghezza dello slot sia maggiore o al più uguale alla somma della durata dell'impulso e del δ ottimo per cui possiamo porre $Tc \geq Tm + \delta_{opt}$.

Ora introduciamo il parametro "s" definito come il rapporto tra la durata dell'intervallo di chip e lo spazio effettivamente occupato dal chip:

$$s = \frac{Tc}{Tm + \delta_{opt}} = \frac{Tc}{(2.2\tau_m + 0.54\tau_m)} = \frac{Tc}{2.74\tau_m} \quad (3.6)$$

con il vincolo $s \geq 1$.

Dalla (3.6), esplicitando τ_m secondo la (3.5), si ottiene s in funzione del rapporto $\frac{T_c}{T_m}$:

$$s = \frac{T_c}{2.74 \frac{T_m}{2.2}} = \frac{1}{1.245} \frac{T_c}{T_m}$$

La (3.6) significa che se effettuiamo lo studio al variare del parametro s , tenendo fisso il parametro T_c , stiamo in realtà analizzando il caso al variare del parametro di Scholtz τ_m , e quindi al variare della larghezza dell'impulso per la (3.5). Variare tale ampiezza però significa variare la banda essendo essa proporzionale all'inverso di τ_m (vedi [5]).

Per questo le simulazioni sono state effettuate tenendo fissa la larghezza dello slot a un nanosecondo ($T_c = 1nsec$), in modo tale che resti determinato il valore del parametro di Scholtz:

$$\tau_m = \frac{T_c}{2.74s} \tag{3.7}$$

In particolare si sono studiati i seguenti valori del parametro s :

$$s = 1 \rightarrow \tau_m = 0.365nsec \rightarrow \delta_{opt} = 0.1971nsec \quad T_m = 0.803nsec \rightarrow \frac{T_c}{T_m} = 1.245 \cong 1.25$$

$$s = 1.2 \rightarrow \tau_m = 0.3041nsec \rightarrow \delta_{opt} = 0.1642nsec \quad T_m = 0.669nsec \rightarrow \frac{T_c}{T_m} = 1.494 \cong 1.5$$

$$s = 1.4 \rightarrow \tau_m = 0.2607nsec \rightarrow \delta_{opt} = 0.1408nsec \quad T_m = 0.574nsec \rightarrow \frac{T_c}{T_m} = 1.743 \cong 1.75$$

$$s = 1.6 \rightarrow \tau_m = 0.2281nsec \rightarrow \delta_{opt} = 0.123nsec \quad T_m = 0.502nsec \rightarrow \frac{T_c}{T_m} = 1.992 \cong 2$$

Dalle espressioni (3.3) sui rapporti segnale a rumore all'uscita del correlatore che riportiamo di seguito

$$SNR_N = \frac{Ns}{No} m_p = \frac{Ns}{No} (Ew - R_w(\delta)) = \frac{NsEw}{No} \left(1 - \frac{R_w(\delta)}{Ew}\right) = \frac{Eb}{No} \left(1 - \frac{R_w(\delta)}{R_w(0)}\right)$$

$$SIR = \frac{Nsm_p^2}{\frac{1}{Tf} \sigma_w^2 (Nu - 1)} = \frac{1}{Rb \frac{\sigma_w^2}{m_p^2} (Nu - 1)}$$

tenendo conto che valgono le seguenti approssimazioni (vedi [5]):

$$\sigma_w^2 \cong 0.2547 \tau_m^3$$

$$m_p \cong 0.60667 \tau_m$$

$$Ew = \frac{3}{8} \tau_m \text{ (per l'impulso di Scholtz definito nel capitolo 1)}$$

dalle quali risulta che le espressioni $\frac{\sigma_w^2}{m_p^2}$ e $\frac{R_w(\delta)}{R_w(0)}$ sono direttamente proporzionali a τ_m ,

si evince che potremmo andare a valutare le prestazioni, determinate dalla probabilità di errore teorica espressa nel paragrafo precedente dalla (3.1) che in base a quanto visto dipenderà dai parametri che caratterizzano la precedenti espressioni.

Con ciò si intende dire che teoricamente, fissati i parametri Rb , τ_m , Nu , il valore della probabilità di errore espressa dalla (3.1) non cambia, per un qualsiasi fissato rapporto $\frac{Eb}{No}$.

A questo punto c'è da fare le seguenti osservazioni:

- $Rb = \frac{1}{Tb} = \frac{1}{NsTf} = \frac{1}{NsNhTc}$, per cui fissare Rb , significa fissare il prodotto $NsNh$ e Tc .
- per la (3.6), fissare τ_m , una volta fissato Tc , significa fissare il parametro s e quindi il rapporto $\frac{Tc}{Tm}$ ($Tc = 1n \text{ sec}$).

Ne concludiamo che, in base a quanto detto precedentemente, si potrebbe pensare che, per un dato Tc (fissato per motivi tecnologici), fissare Rb , τ_m , Nu , e quindi fissare $NsNh$, s , Nu , si ottiene sempre lo stesso BER per ogni fissato rapporto di $\frac{Eb}{No}$. Infatti, tenendo conto delle approssimazioni riportate precedentemente, è possibile riscrivere il SIR nel seguente modo:

$$SIR = \frac{1}{Rb \frac{\sigma_w^2}{m_p^2} (Nu - 1)} \cong \frac{1}{Rb(0.692\tau_m)(Nu - 1)} \cong \frac{3.185}{\frac{1}{NsNh} \frac{Tm}{Tc} (Nu - 1)} = \frac{3.965}{\frac{1}{NsNh} \frac{1}{s} (Nu - 1)}$$

In realtà come vedremo nel successivo paragrafo, dal punto di vista delle simulazioni, non è così. Scopo della nostra analisi sarà quindi di valutare la validità della (3.1) in funzione del rapporto $\frac{Eb}{No}$ per fissati valori di $NsNh$, s , Nu , cioè per un fissato SIR .

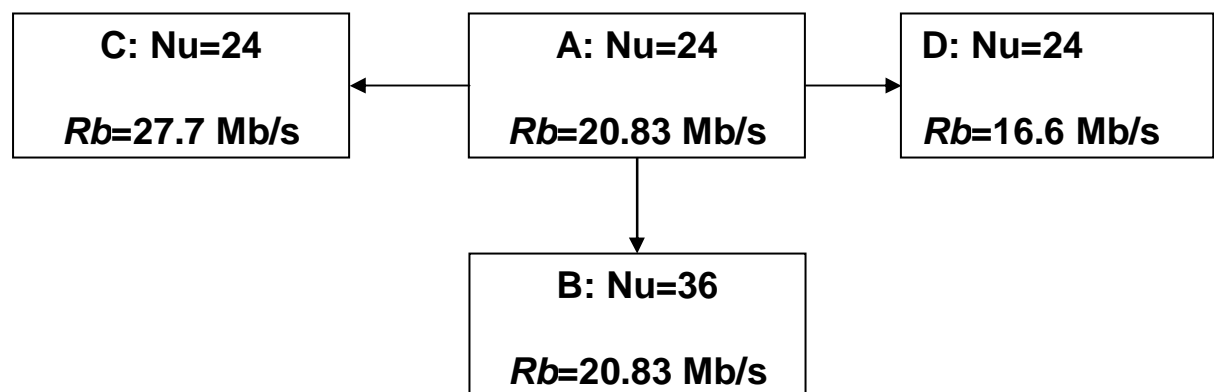
Prima di addentrarci nel cuore dell'analisi sperimentale, c'è da dire che già a priori possiamo pensare che il modello gaussiano assunto per l'interferenza multiutente sarà tanto più valido quanto più il segnale interferente sarà composto da un numero sufficientemente grande di monocicli trasmessi dai diversi utenti interferenti, nella finestra temporale di ampiezza pari alla durata del time-frame usato nel sistema, perché questi, sommandosi, andranno a costituire un segnale di rumore sempre più caotico e quindi caratterizzabile con un segnale appartenente ad un processo gaussiano.

Questo effetto si può ottenere in due circostanze: 1) la prima è quando la dimensione del codice di accesso, espressa dal parametro Nh , è sufficientemente piccola rispetto al numero di utenti attivi; 2) la seconda invece si ha quando il rapporto tra la durata dello slot T_c e quella dell'impulso trasmesso T_m è sufficientemente piccola.

A questo punto passiamo a verificare la validità di tali supposizioni.

3.3 Analisi sperimentale

Lo studio dei limiti di validità dell'approssimazione gaussiana è stato condotto seguendo principalmente le seguenti tipologie di simulazioni:



La tipologia **A** è caratterizzata dai parametri

- $Nu = 24$
- $Rb \cong 20.83 \text{ Mb/s}$

il valore del bit rate Rb pari a 20.83 Mb/s corrisponde ad un *guadagno di processo*

$$NsNh = 48 \text{ avendo fissato } Tc \text{ pari ad } 1 \text{ nsec } \left(Rb = \frac{1}{NsT_f} = \frac{1}{NsNhTc} \right).$$

La tipologia **B** differisce dalla **A** solo per il numero di utenti considerati nel sistema:

- $Nu = 36$
- $Rb \cong 20.83 \text{ Mb/s}$

Le tipologie **C** e **D** invece hanno il compito di valutare i risultati ottenuti per differenti velocità di trasmissione:

la tipologia **C** è caratterizzata dai parametri:

- $Nu = 24$
- $Rb \cong 27.7 \text{ Mb/s}$

corrispondente ad un *guadagno di processo* pari a $NsNh = 36$;

la tipologia **D** è caratterizzata dai parametri

- $Nu = 24$
- $Rb \cong 16.6 \text{ Mb/s}$

corrispondente ad un *guadagno di processo* pari a $NsNh = 60$

Questo tipo di simulazioni ha condotto allo studio dell'influenza dei vari parametri sulla validità della gaussianità.

TIPOLOGIA

A

$$Rb \cong 20.83 \text{ Mb/s}, Tc = 1 \text{ nsec} \rightarrow NsNh = 48$$

$$Tm = 2.2 \tau_m, \delta = 0.54 \tau_m \rightarrow Tc = 2.74 \tau_m s$$

$$Tc/Tm \cong 1.245s$$

$$\tau_m = Tc/(2.74s)$$

$$Np = Ns$$

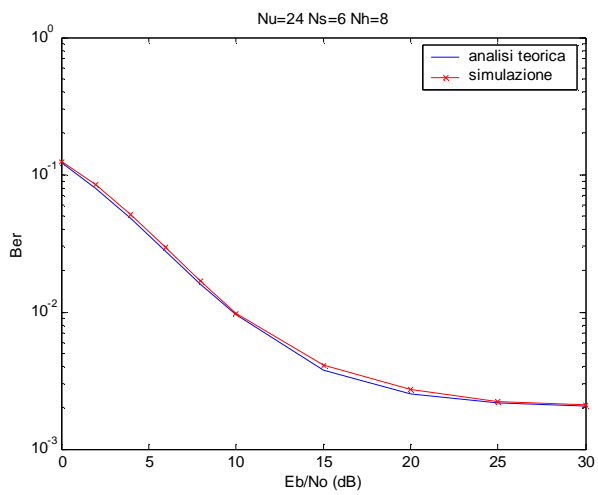
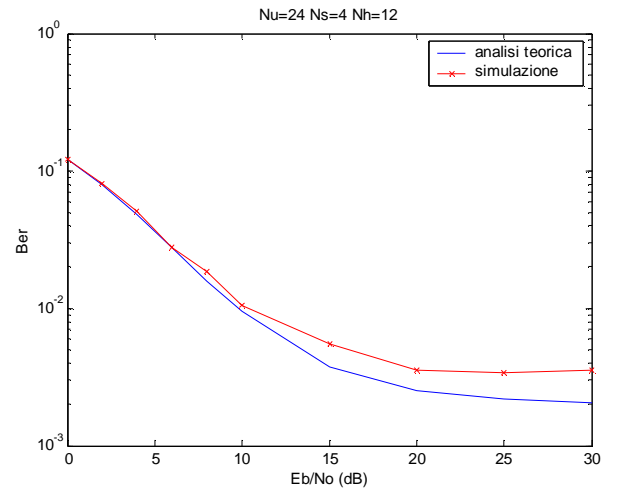
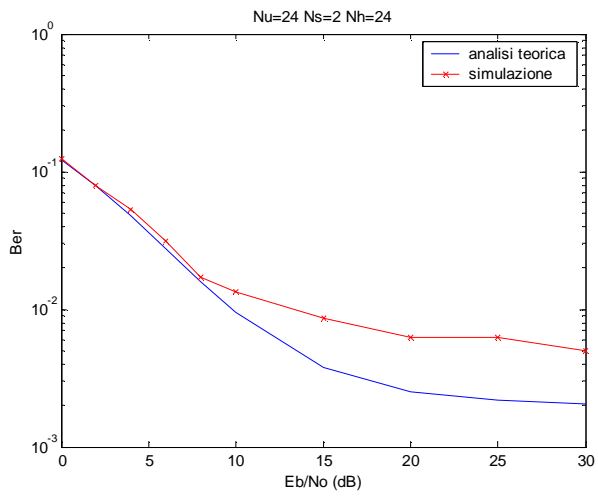
$$Nu = 24$$

SIMULAZIONI EFFETTUATE

	Nu = 24	s = 1	s = 1.2	s = 1.4	s = 1.6
Nh = Nu	Ns = 2 Nh = 24	x	x	x	x
Nh = Nu/2	Ns = 4 Nh = 12	x	x	x	x
Nh = Nu/3	Ns = 6 Nh = 8	x	x		
Nh = Nu/4	Ns = 8 Nh = 6		x	x	
Nh = Nu/6	Ns = 12 Nh = 4			x	x
Nh = Nu/8	Ns = 16 Nh = 3				x

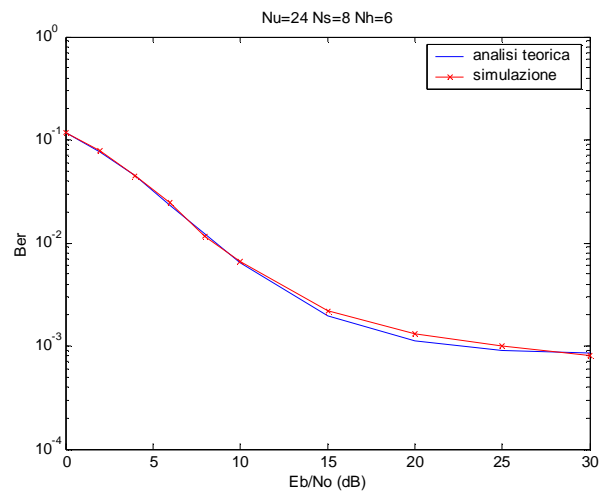
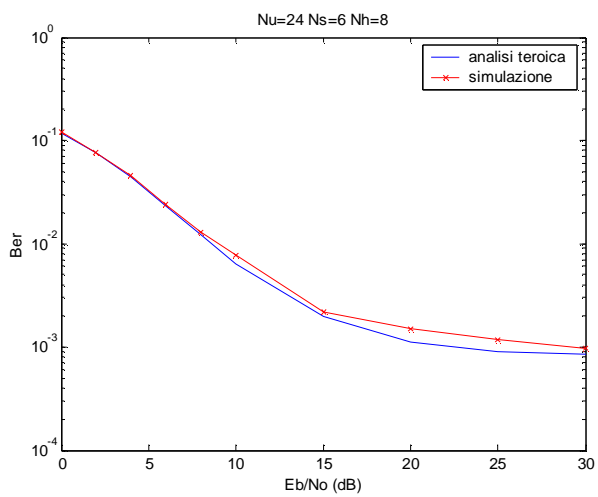
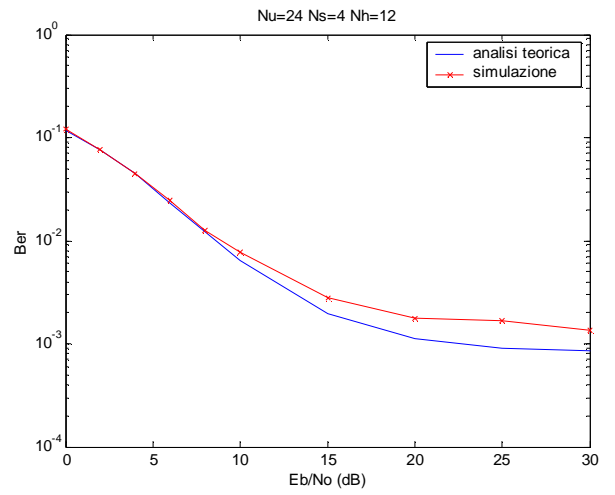
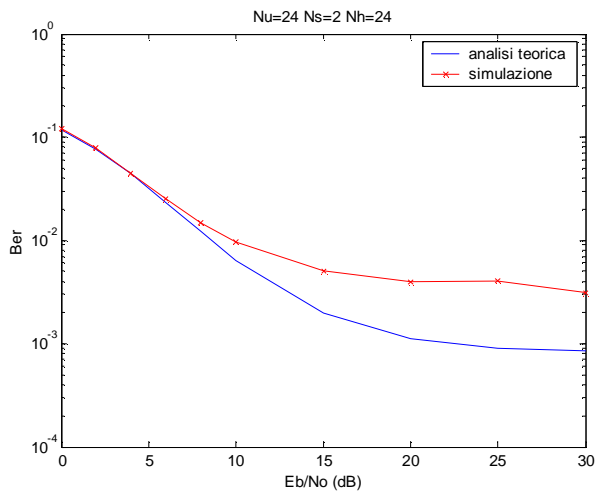
A-1) $s=1$

$SIR \cong 9.2dB$



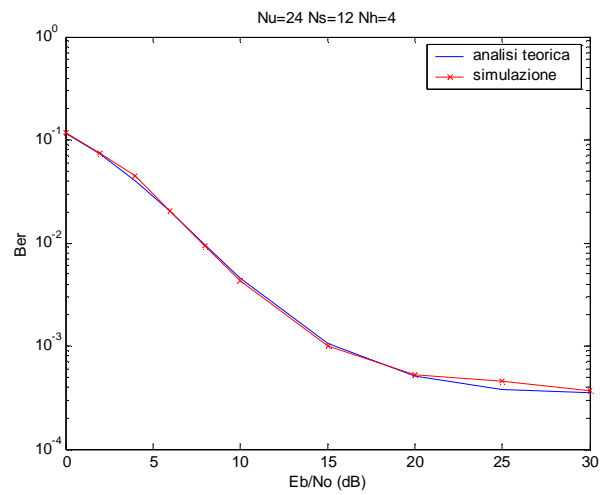
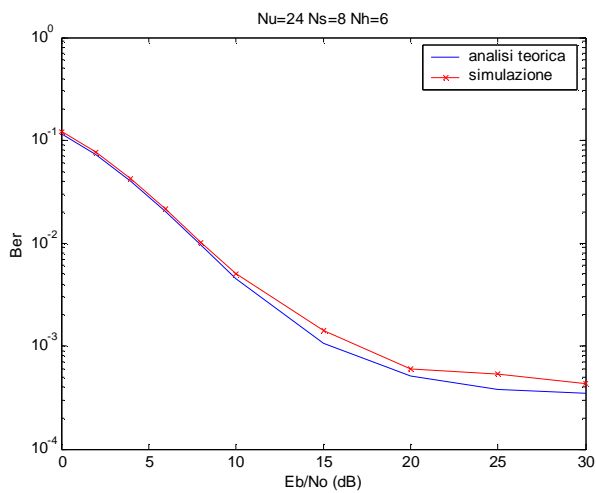
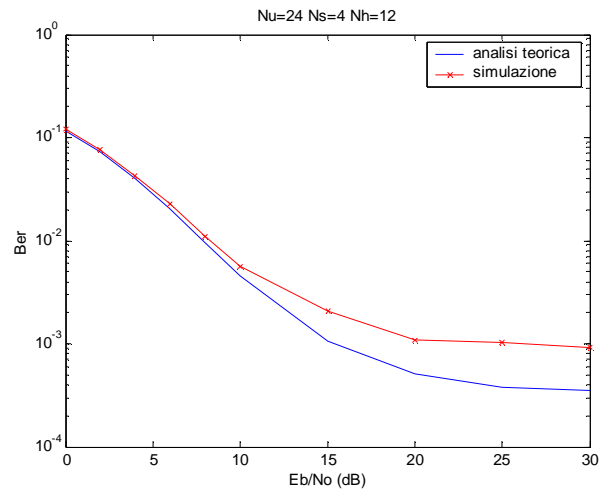
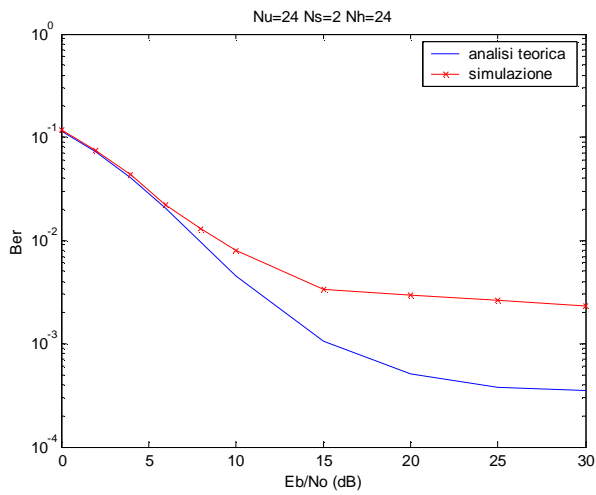
A-2) $s = 1.2$

$SIR \cong 9.9dB$



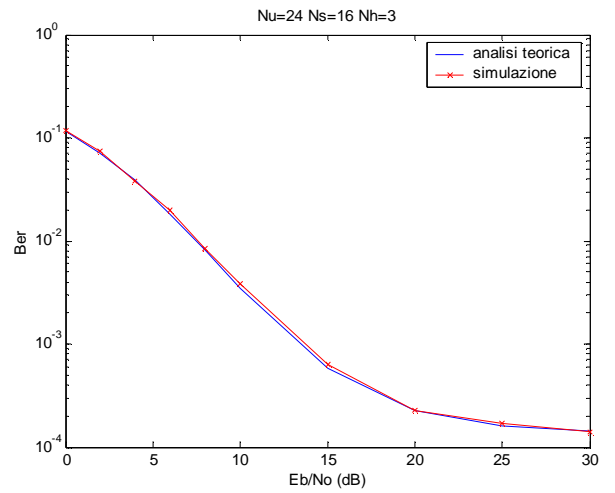
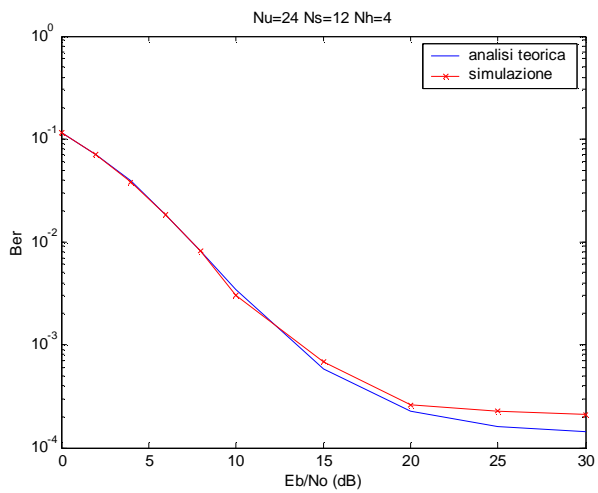
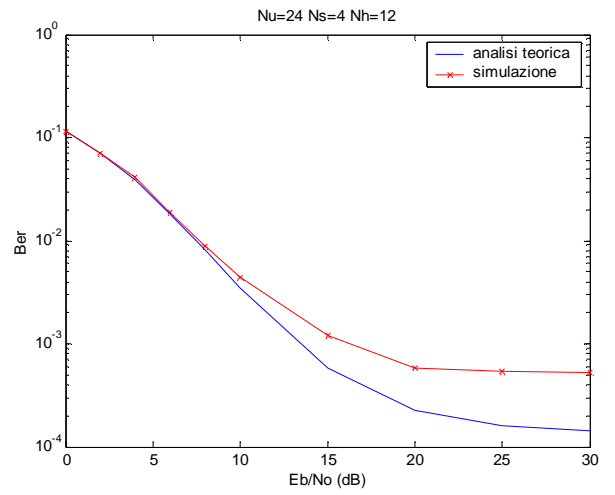
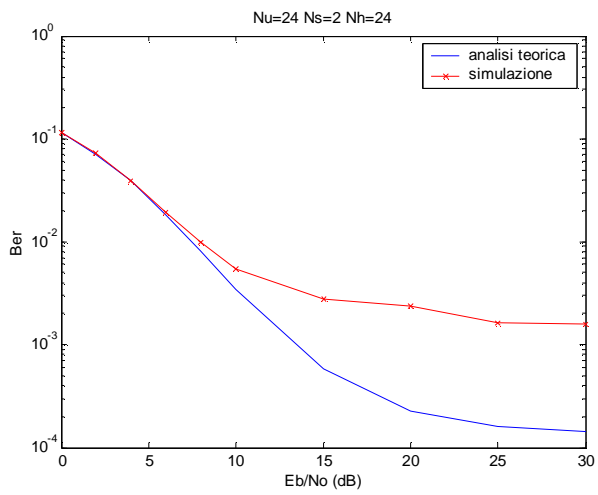
A-3) $s = 1.4$

$SIR \cong 10.6dB$



A-4) **$s = 1.6$**

$SIR \cong 11.2dB$



TIPOLOGIA

B

$$Rb \cong 20.83 \text{ Mb/s}, Tc = 1 \text{ nsec} \rightarrow NsNh = 48$$

$$Tm = 2.2 \tau_m, \delta = 0.54 \tau_m \rightarrow Tc = 2.74 \tau_m s$$

$$Tc/Tm \cong 1.245s$$

$$\tau_m = Tc/(2.74s)$$

$$Np = Ns$$

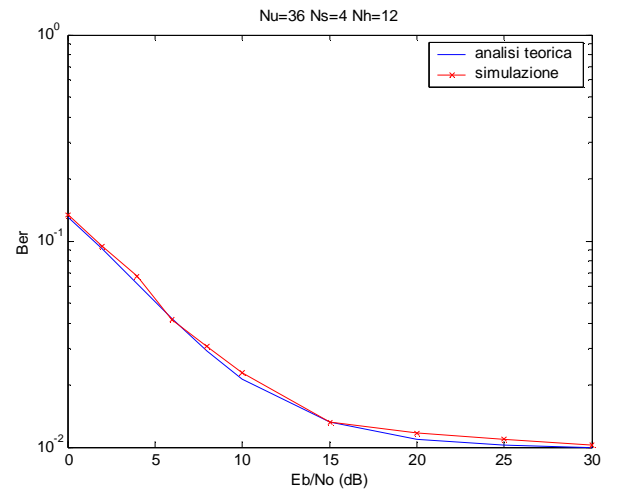
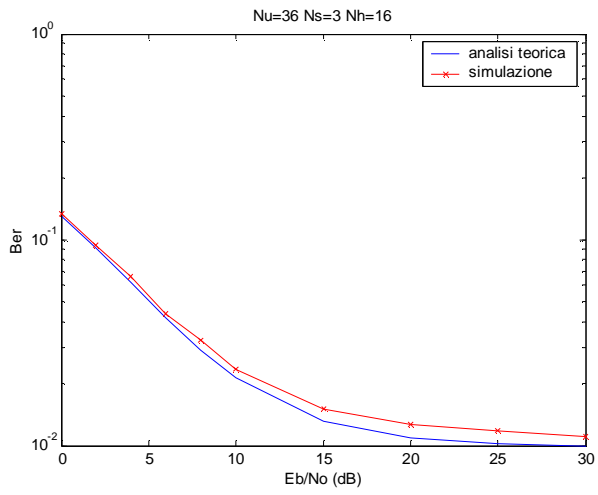
$$Nu = 36$$

SIMULAZIONI EFFETTUATE

	Nu = 36	s = 1	s = 1.2	s = 1.4	s = 1.6
Nh < Nu/2	Ns = 3 Nh = 16	x	x	x	
Nh = Nu/3	Ns = 4 Nh = 12	x	x	x	
Nh < Nu/4	Ns = 6 Nh = 8		x	x	
Nh = Nu/6	Ns = 8 Nh = 6			x	x
Nh < Nu/8	Ns = 12 Nh = 4				x

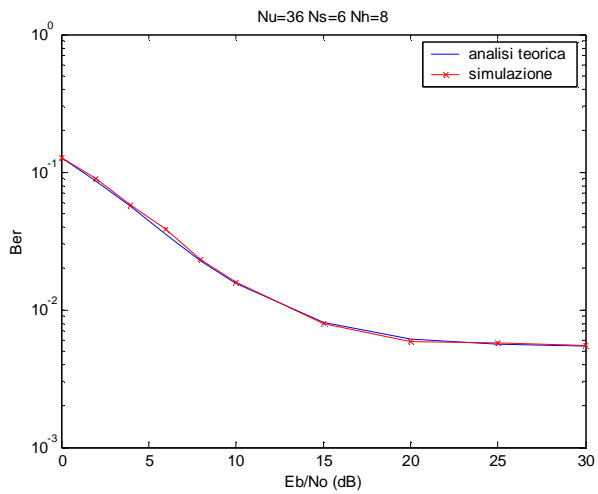
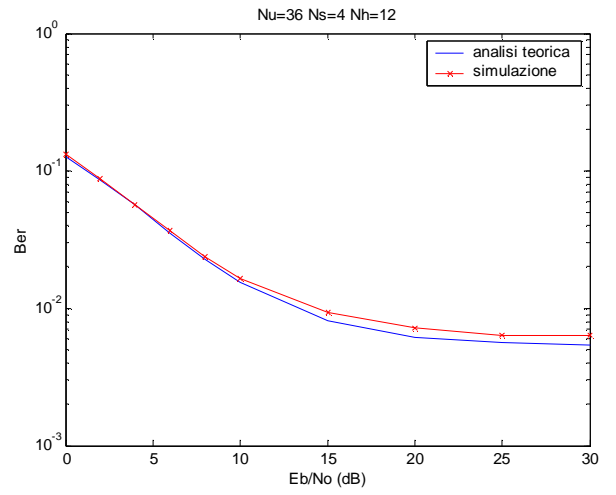
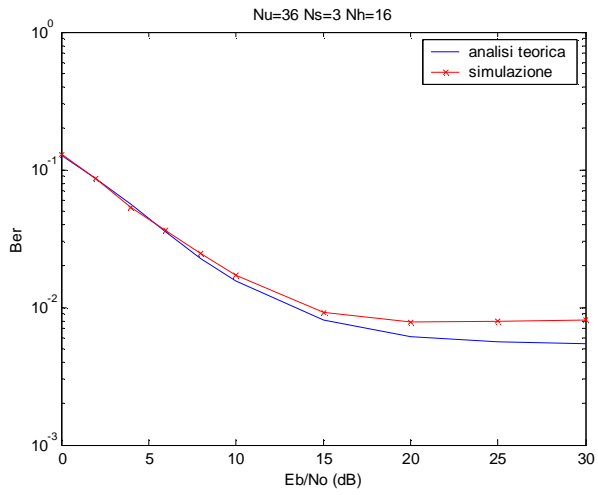
B-1) $s=1$

$SIR \cong 7.3dB$



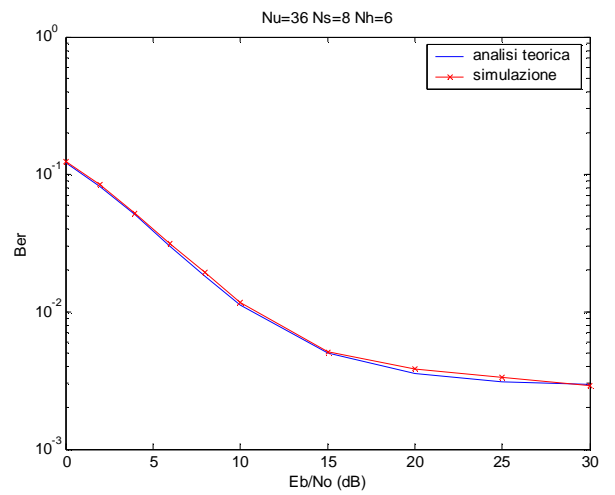
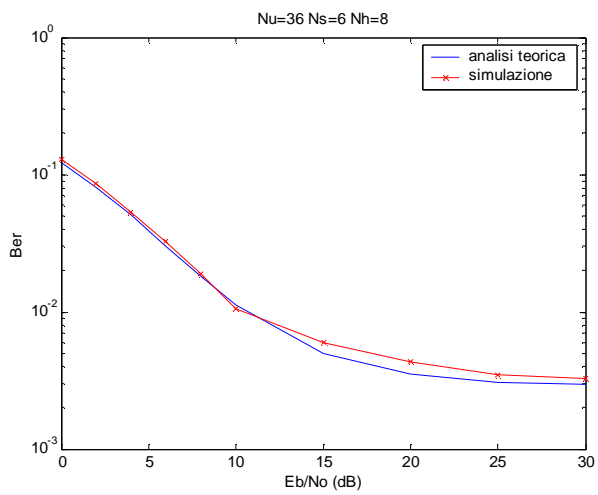
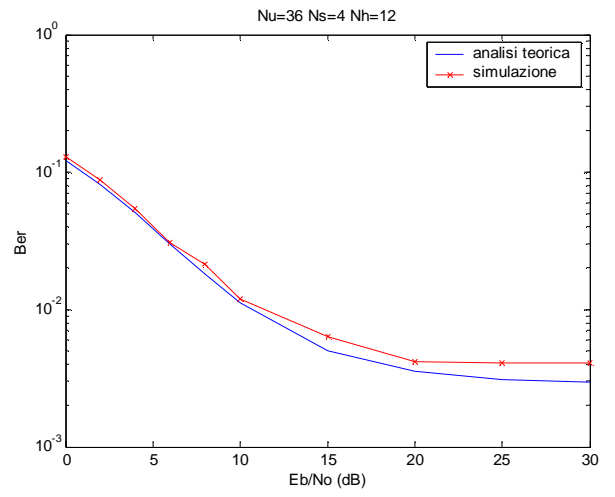
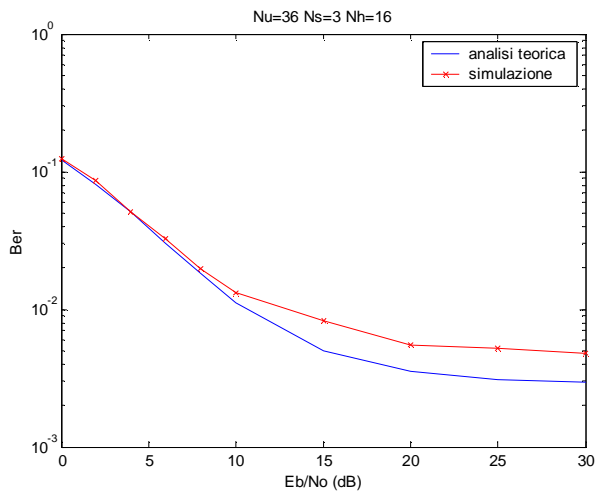
B-2) $s = 1.2$

$SIR \cong 8.1dB$



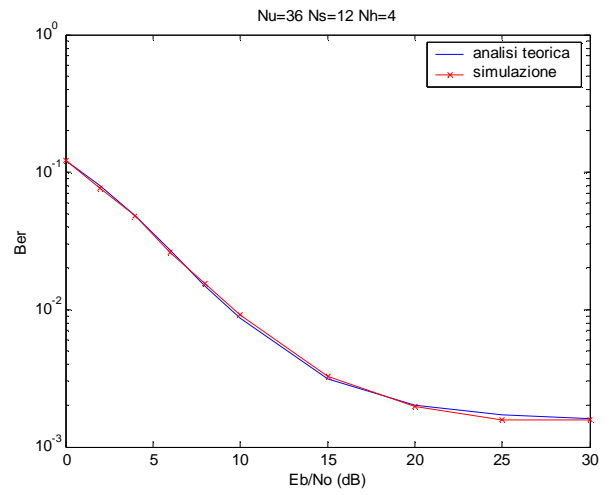
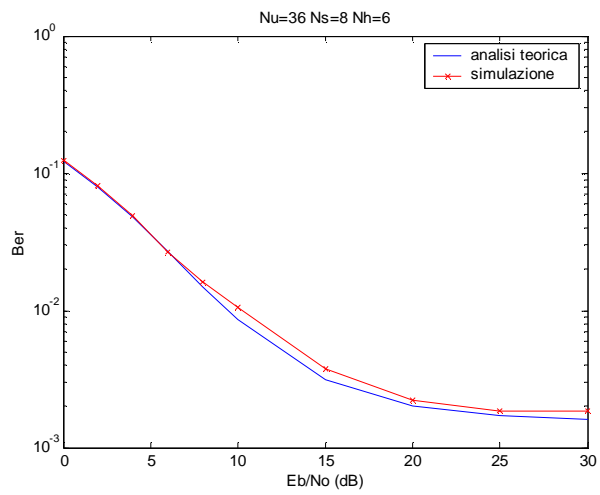
B-3) $s = 1.4$

$SIR \cong 8.8dB$



B-4) $s = 1.6$

$SIR \cong 9.4dB$



TIPOLOGIA

C

$$Rb \cong 27.7 \text{ Mb/s}, Tc = 1 \text{ nsec} \rightarrow NsNh = 36$$

$$Tm = 2.2 \tau_m, \delta = 0.54 \tau_m \rightarrow Tc = 2.74 \tau_m s$$

$$Tc/Tm \cong 1.245s$$

$$\tau_m = Tc/(2.74s)$$

$$Np = Ns$$

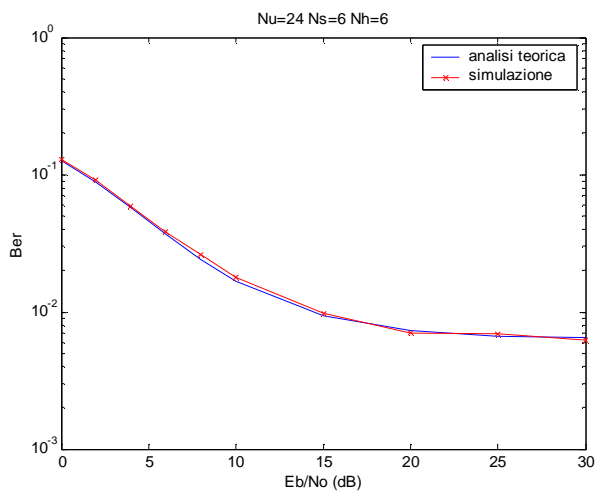
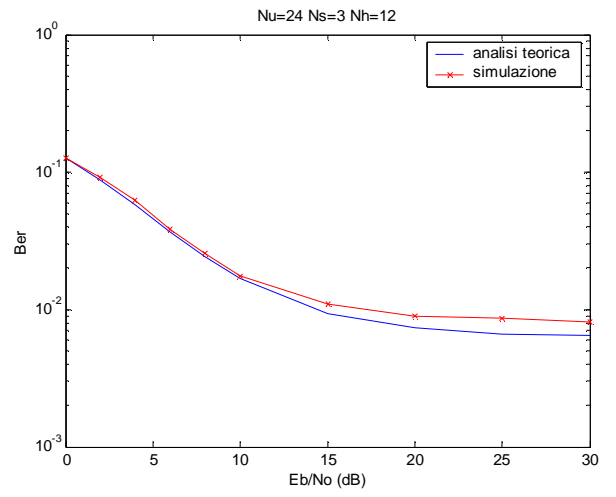
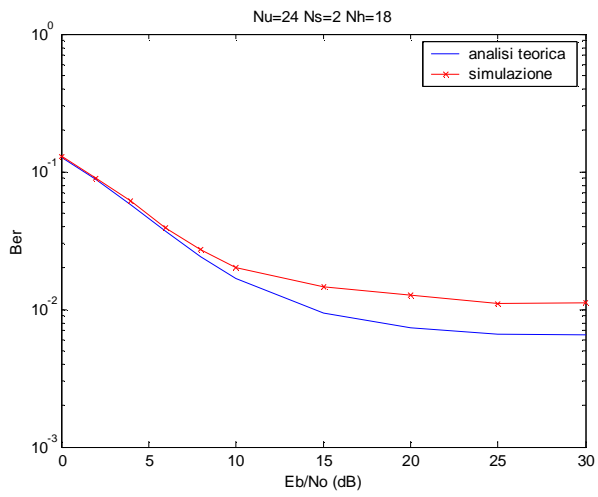
$$Nu = 24$$

SIMULAZIONI EFFETTUATE

	Nu = 24	s = 1	s = 1.2	s = 1.4	s = 1.6
	Ns = 2 Nh = 18	x	x	x	x
Nh = Nu/2	Ns = 3 Nh = 12	x	x	x	x
Nh < Nu/3, Nh = Nu/4	Ns = 6 Nh = 6	x	x	x	
Nh = Nu/6	Ns = 9 Nh = 4			x	x
Nh = Nu/8	Ns = 12 Nh = 3				x

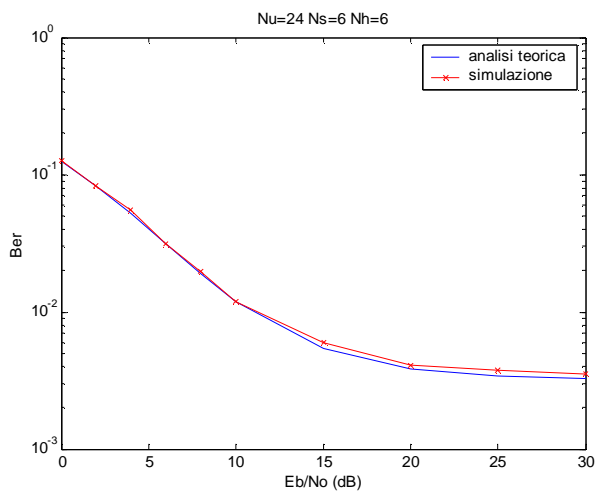
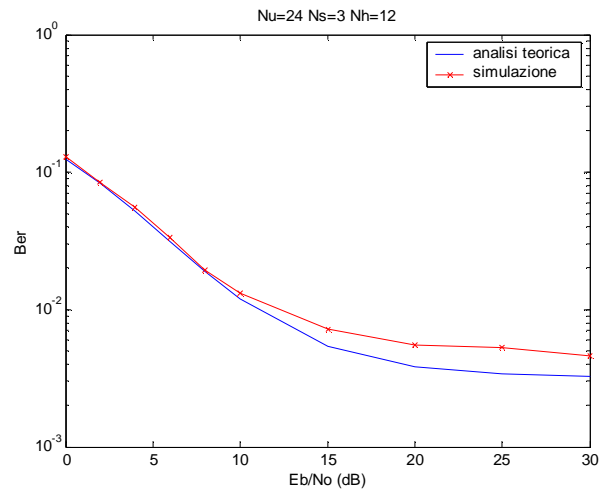
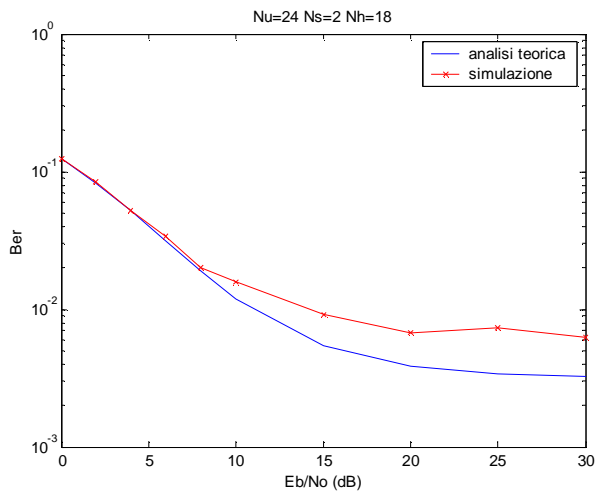
C-1) $s=1$

$SIR \cong 7.9dB$



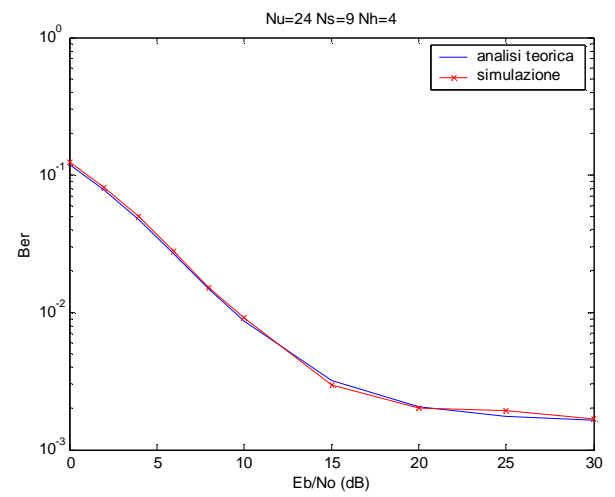
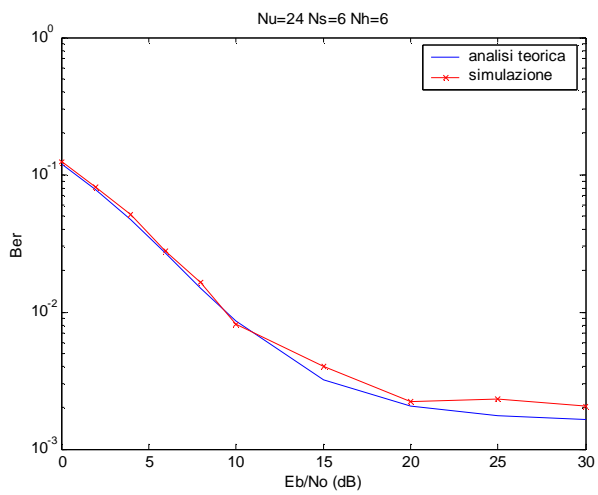
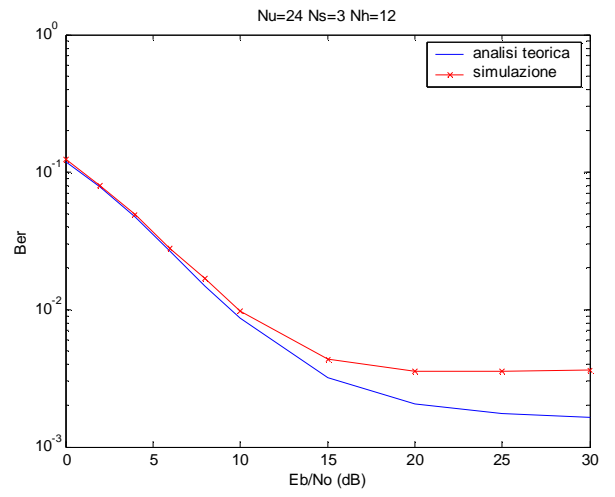
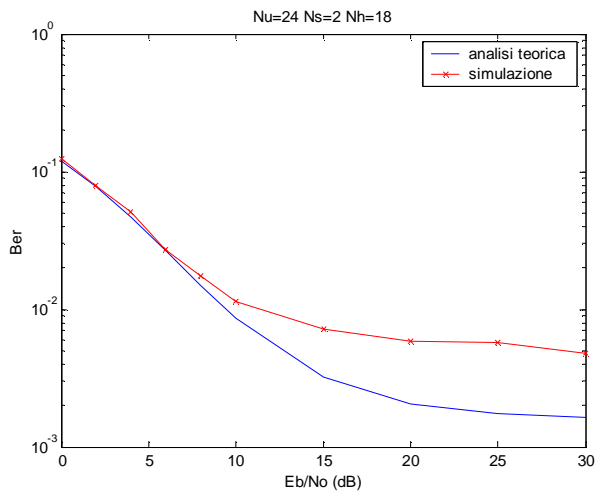
C-2) $s = 1.2$

$SIR \cong 8.7dB$



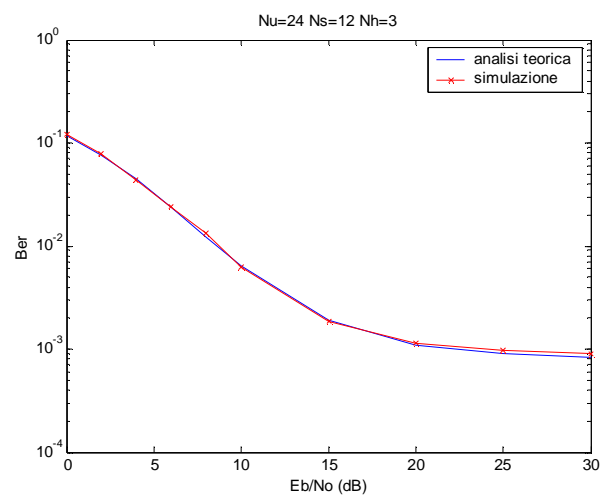
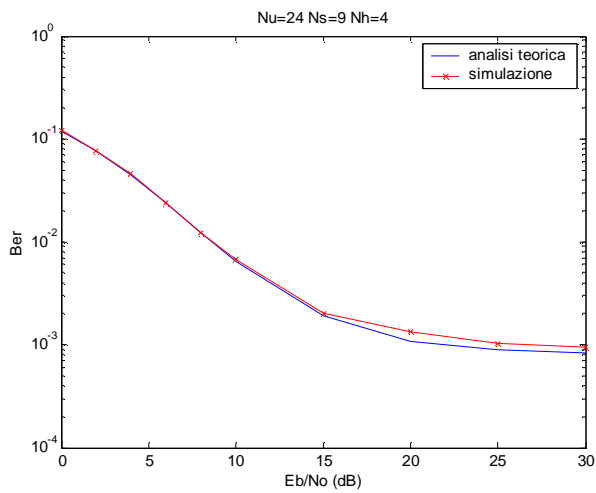
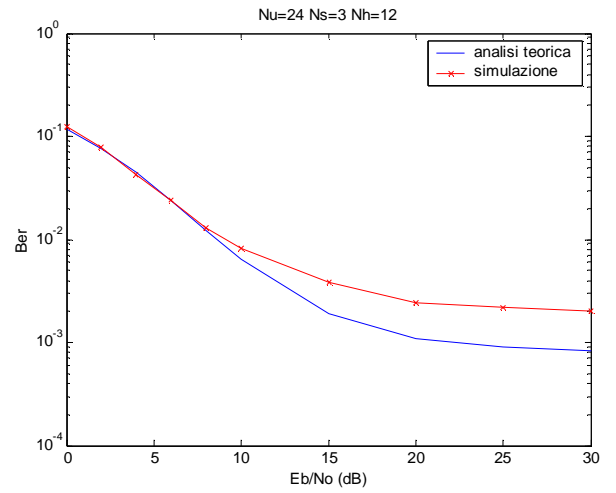
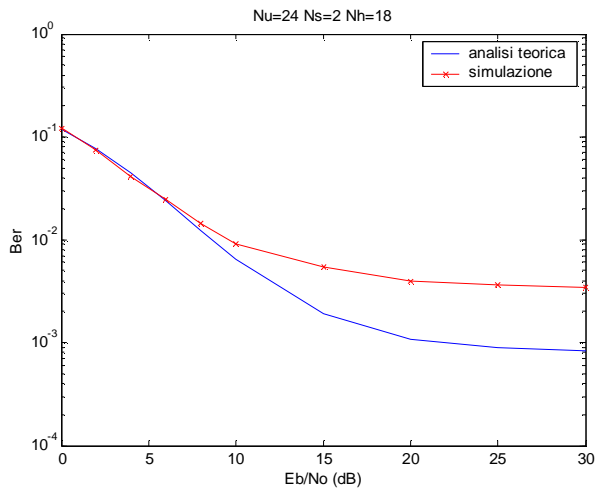
C-3) **s = 1.4**

$SIR \cong 9.4dB$



C-4) **s = 1.6**

$SIR \cong 10dB$



TIPOLOGIA

D

$$Rb \cong 16.6 \text{ Mb/s}, Tc = 1 \text{ nsec} \rightarrow NsNh = 60$$

$$Tm = 2.2 \tau_m, \delta = 0.54 \tau_m \rightarrow Tc = 2.74 \tau_m s$$

$$Tc/Tm \cong 1.245s$$

$$\tau_m = Tc/(2.74s)$$

$$Np = Ns$$

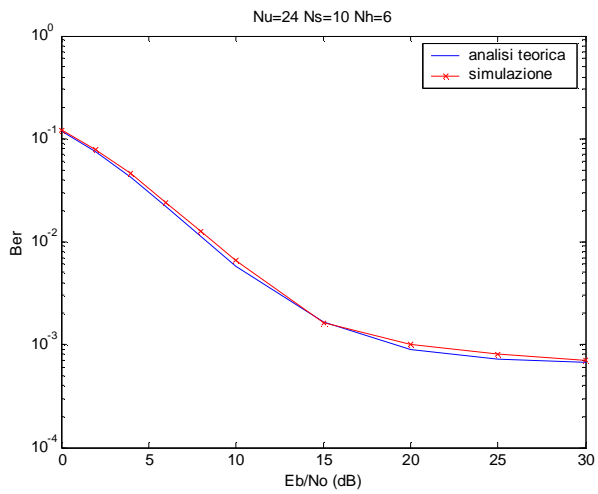
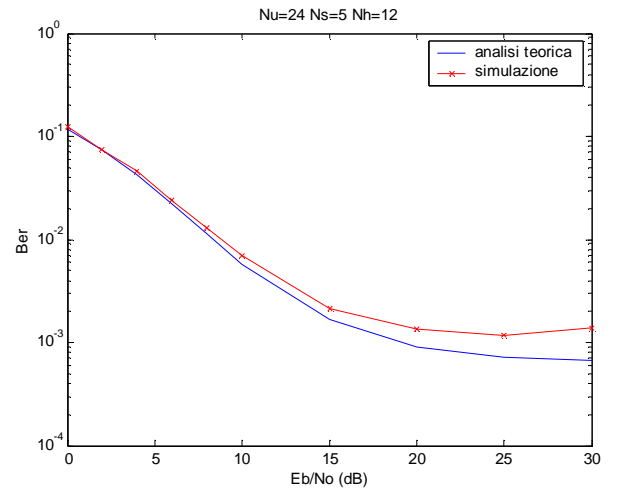
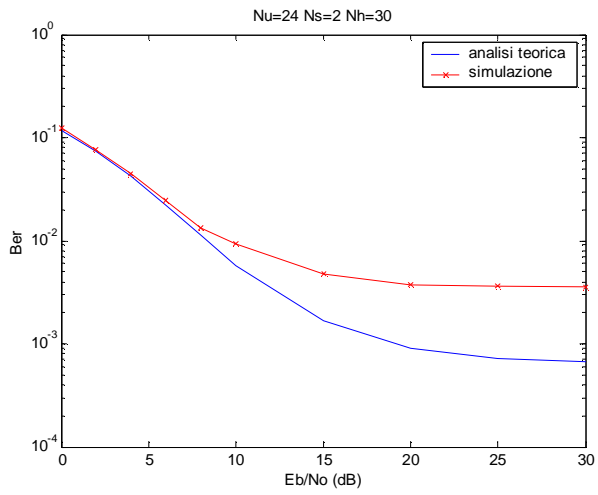
$$Nu = 24$$

SIMULZIONI EFFETTUATE

	Nu = 24	s = 1	s = 1.2	s = 1.4	s = 1.6
	Ns = 2 Nh = 30	x	x	x	x
Nh = Nu/2	Ns = 5 Nh = 12	x	x	x	x
Nh < Nu/3, Nh = Nu/4	Ns = 10 Nh = 6	x	x	x	
Nh = Nu/6	Ns = 15 Nh = 4			x	x
Nh = Nu/8	Ns = 20 Nh = 3				x

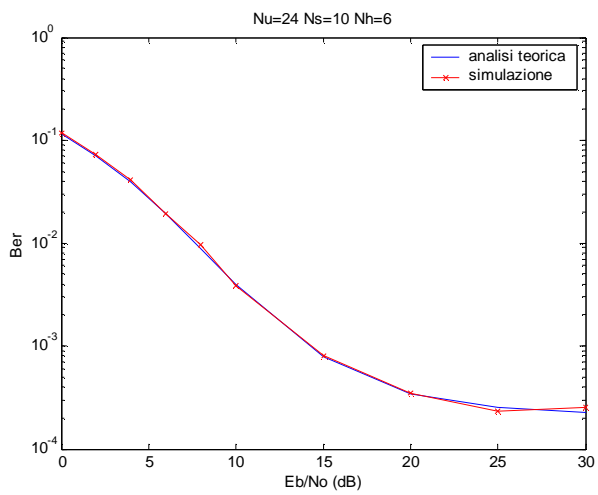
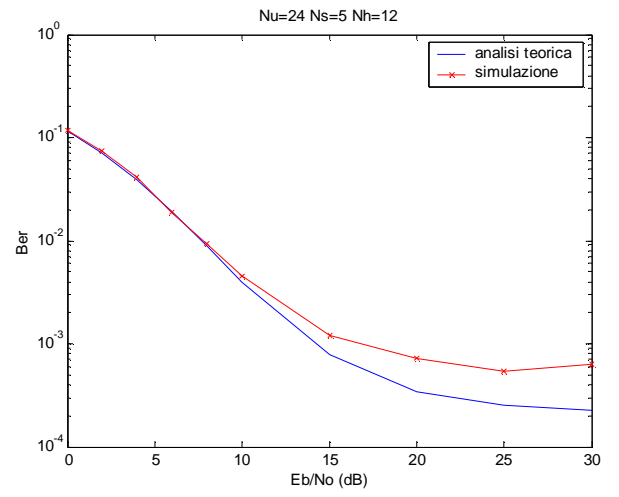
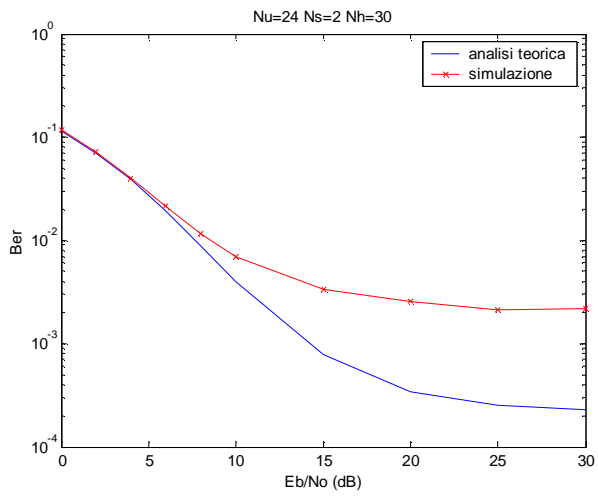
D-1) $\underline{s=1}$

$SIR \cong 10.1dB$



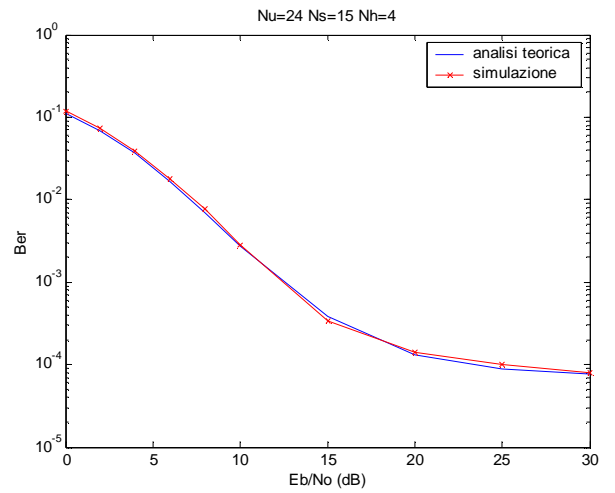
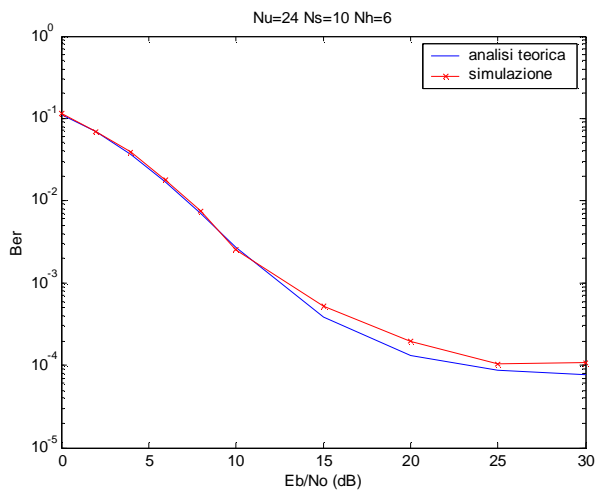
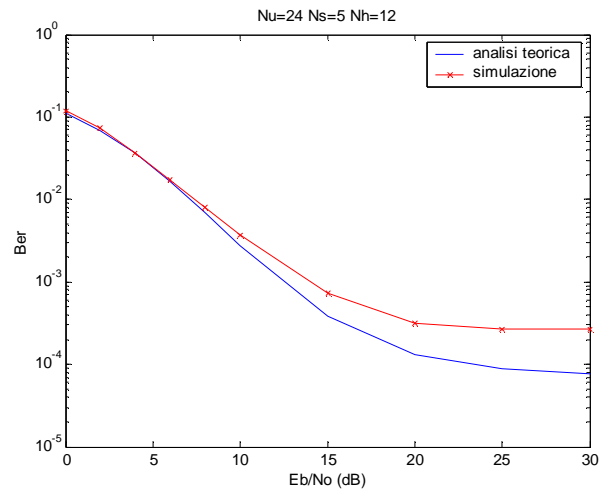
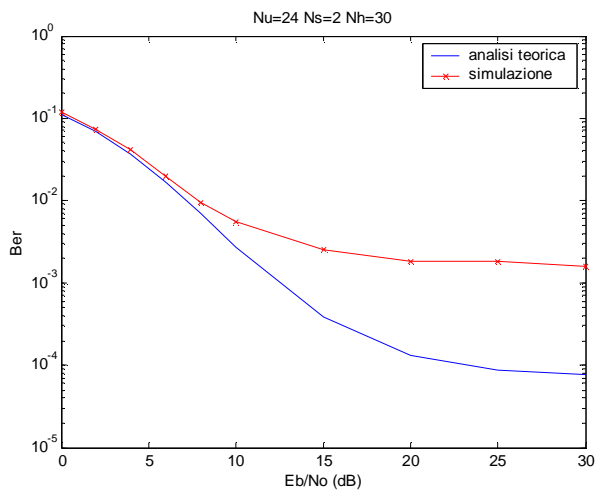
D-2) $s = 1.2$

$SIR \cong 10.9dB$



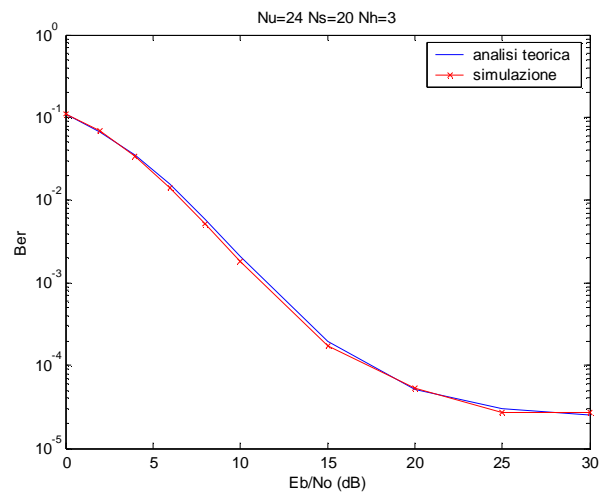
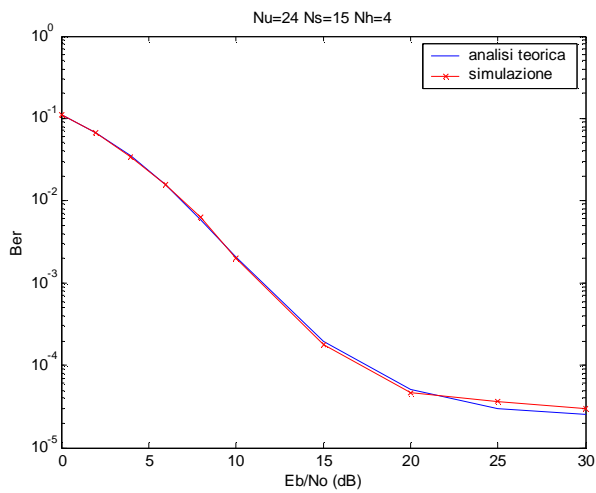
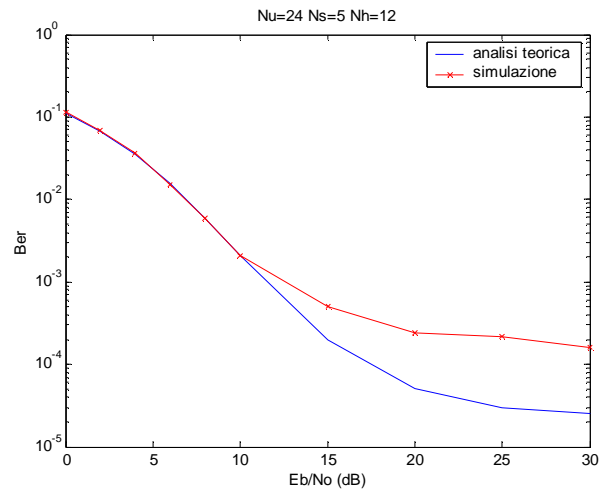
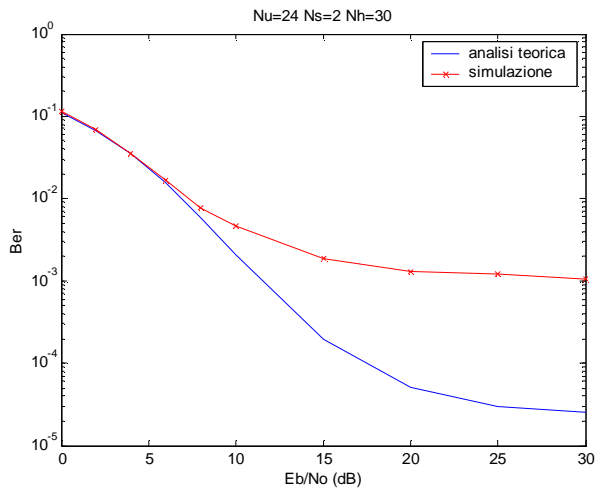
D-3) $s = 1.4$

$SIR \cong 11.6dB$



D-4) $s = 1.6$

$SIR \cong 12.2dB$



3.4 Studio dei parametri s , Tf

Per poter individuare un criterio per il quale si possa dire, in buona approssimazione, che la variabile aleatoria che modella il segnale interferente all'uscita del correlatore sia una variabile gaussiana per poter ritenere valida l'espressione della probabilità di errore su bit data dalla (3.1), è necessario introdurre un parametro che misuri lo scostamento della curva che rappresenta la probabilità di errore ottenuta dalle simulazioni dalla curva del tasso di errore teorico.

Introduco quindi il parametro En che definisce lo scarto sopra enunciato:

errore normalizzato della probabilità di errore su bit:

$$En(k) = \frac{|Pe_sim(k) - BER(k)|}{BER(k)} \quad (3.7)$$

dove

$En(k)$ rappresenta la percentuale di errore rispetto al valore $BER(k)$;

$Pe_sim(k)$: probabilità di errore definita dalla simulazione;

$BER(k)$: probabilità di errore teorica;

k : indice che è in corrispondenza biunivoca con il rapporto Eb/No , in particolare

$$k = 1 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 0dB \quad k = 2 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 2dB \quad k = 3 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 4dB$$

$$k = 4 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 6dB \quad k = 5 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 8dB \quad k = 6 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 10dB$$

$$k = 7 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 15dB \quad k = 8 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 20dB \quad k = 9 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 25dB$$

$$k = 10 \Leftrightarrow \frac{Eb}{No} = 30dB$$

e che costituisce la k_{ma} componente del “*vettore degli errori normalizzati*”:

$$\underline{En} = [En(k=1) \dots En(k=N)]. \quad (3.8)$$

Definiamo quindi il “*vettore degli errori normalizzati quadratici*”:

$$\underline{EQn} = [EQn(k=1) \dots EQn(k=N)] \quad (3.9)$$

la cui k_{ma} componente è definita dal valore quadratico della corrispondente k_{ma} componente dell'errore normalizzato: $EQn(K) = (En(k))^2$.

Prendiamo, quindi, come parametro di misura la norma al quadrato del vettore \underline{En} precedentemente definito, ossia il valore $\varepsilon_n = \|\underline{En}\|^2 = \sum_{k=1}^N En^2(k) = \sum_{k=1}^N EQn(K)$ che rappresenta l'energia del vettore stesso, e analizziamo il suo comportamento al variare dei parametri s , Tf .

Parametro s

Analizziamo l'influenza del parametro s sull'andamento delle curve della probabilità di errore su bit riportate nel precedente paragrafo una volta che sono stati fissati tutti gli altri parametri, cioè studiamo cosa succede se variamo la durata dell'impulso T_m rispetto alla durata dello slot T_c mantenuta fissa ad 1 nanosecondo.

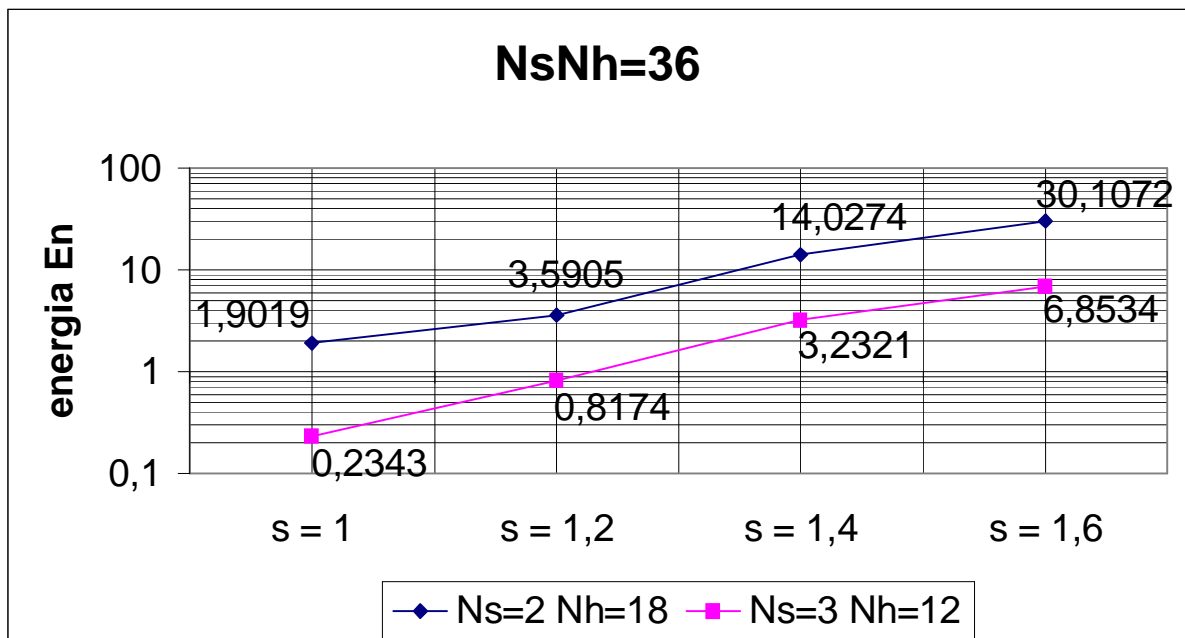


Figura 3.3: il parametro s e l'approssimazione gaussiana per la tipologia C)

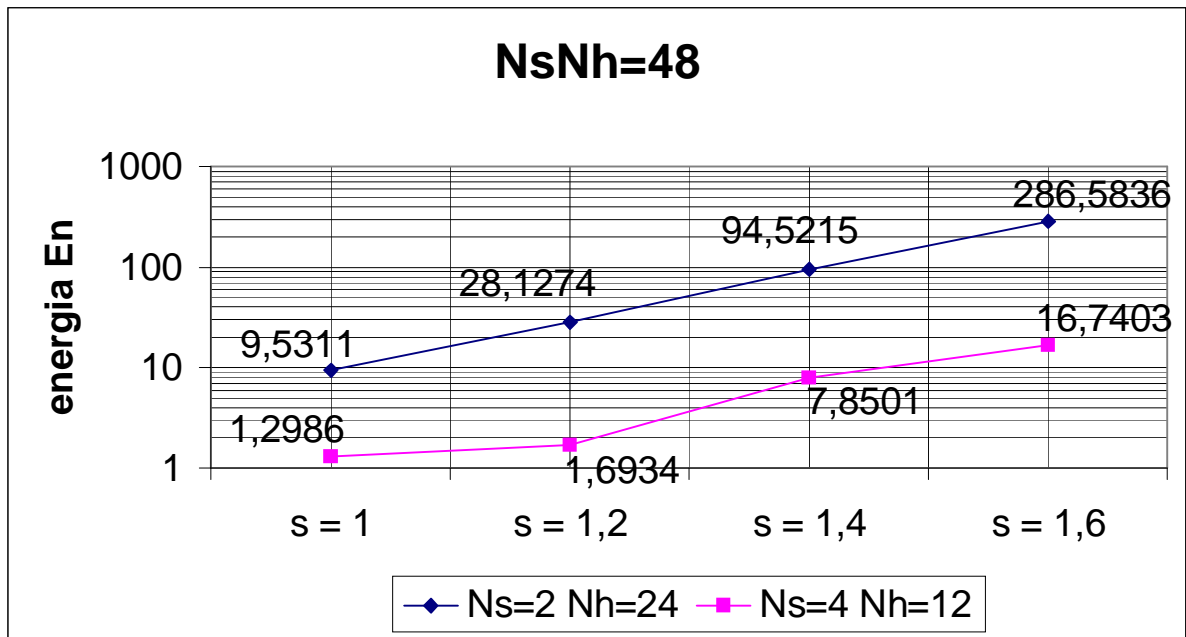


Figura 3.4: il parametro s e l'approssimazione gaussiana per la tipologia A)

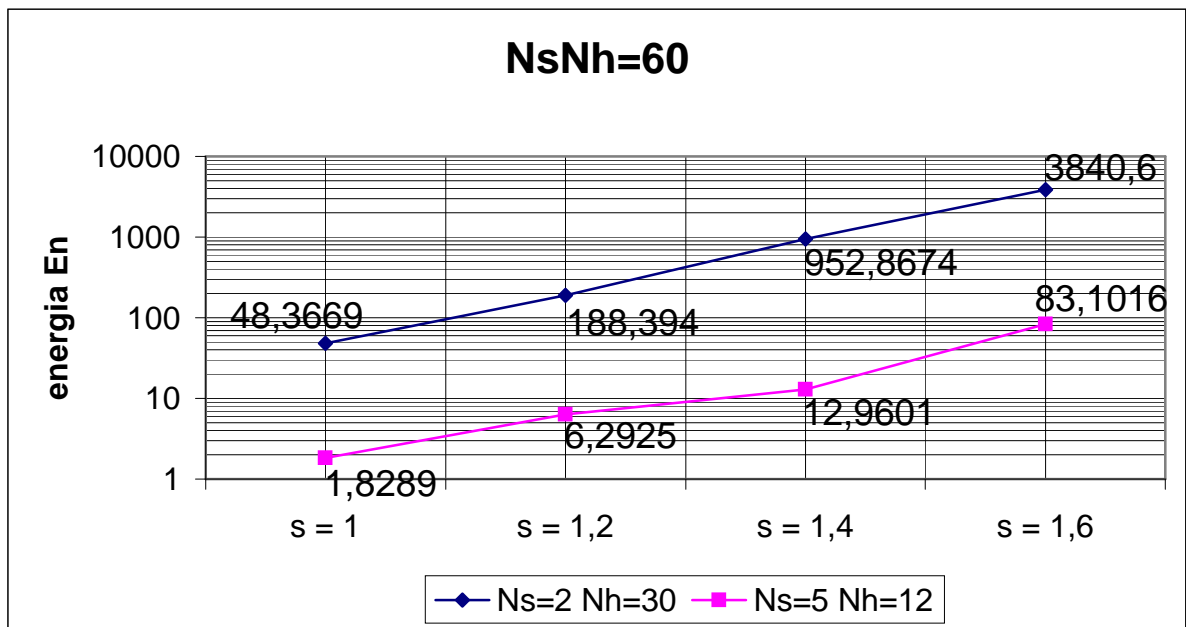


Figura3.5: il parametro s e l'approssimazione gaussiana per la tipologia D)

Dai risultati grafici ottenuti si evince che fissata la combinazione dei valori $N_s N_h$ ci si allontana sempre di più dalla validità della (3.1) man mano che aumenta il parametro s , (diminuisce T_m rispetto a T_c) e questo indipendentemente dal valore assunto dal prodotto $N_s N_h$. Si osserva anche che, per ognuna delle tipologie di simulazioni, quanto più è basso il valore di N_h , tanto più il valore dell'energia dell'errore normalizzato è di valore piccolo; tanto è vero che le curve relative ad un valore inferiore di N_h si mantengono costantemente al di sotto alle curve relative ad un valore di N_h più grande. Tutto ciò a conferma di quanto previsto ed enunciato alla fine del paragrafo 3.2 sul fatto che l'approssimazione gaussiana risulterà valida quanto più la dimensione del codice N_h è piccolo rispetto al numero di utenti N_u attivi.

Dagli andamenti riportati nelle figure soprastanti, è possibile fare un'altra osservazione se guardiamo in parallelo le figg.3.3, 3.4 e 3.5. Infatti si vede che per un fissato valore del parametro s , per quanto riguarda il caso in cui $N_s=2$, aumentando il valore del parametro N_h si ottiene un valore dell'energia dell'errore sempre maggiore; lo stesso effetto si riscontra anche quando è fissato invece il valore di $N_h=12$ all'aumentare del valore del parametro N_s . Ha senso quindi nel primo caso andare a studiare l'influenza del time frame T_f , mentre nel secondo caso studiare come il parametro N_s interviene sull'andamento delle curve della probabilità di errore.

Parametro Tf

Già nelle pagine precedenti è stata effettuata un valutazione del parametro Tf , ottenuta dallo studio del comportamento dell'energia dell'errore al variare di Nh , quando sono tenuti costanti tutti gli altri parametri. Riportiamo di seguito questo studio nel caso particolare in cui $Ns=2$:

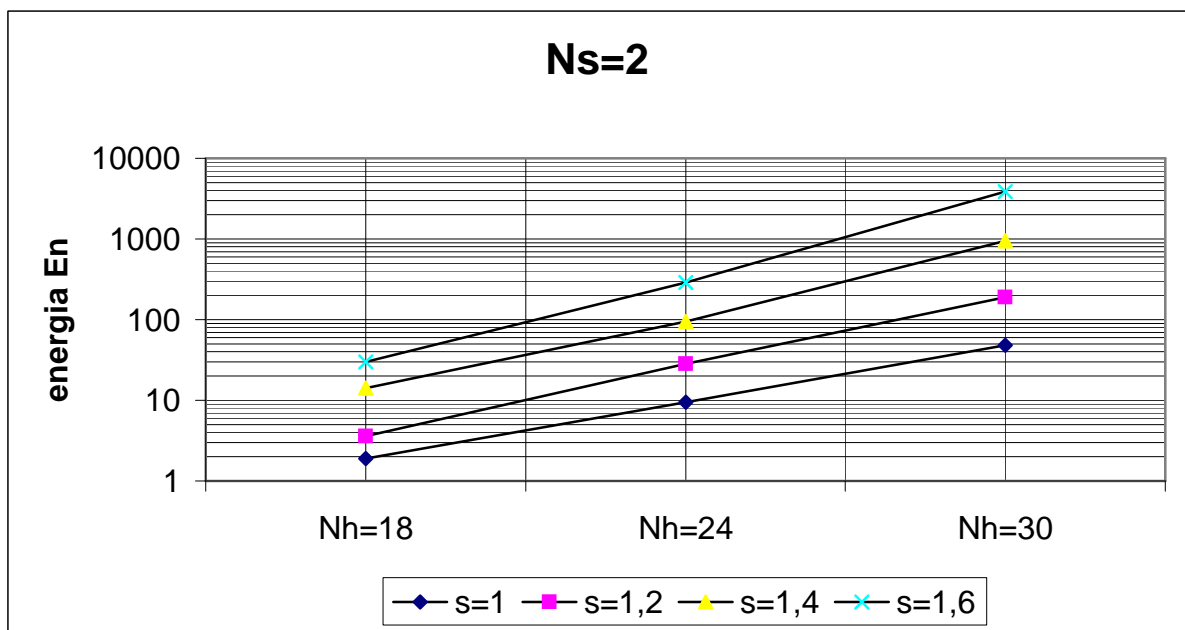


Figura 3.6: time frame e l'approssimazione gaussiana

Per un fissato valore del parametro s si osserva un aumento dell'energia dell'errore normalizzato e quindi un scostamento relativo sempre più marcato della probabilità di errore da quella teorica ottenuta mediante l'espressione (3.1) quanto più è grande il valore Nh . Anche in questo caso si può affrontare il discorso duale per dire che fissato il valore Nh si ha un allontanamento dal caso teorico quanto più è grande s .

Abbiamo visto così che i parametri principali che caratterizzano l'andamento della curva del tasso di errore, una volta fissato la durata dello slot T_c sono s e Nh . Cerchiamo quindi di valutare qual è la combinazione di valori di tali parametri per i quali possiamo ritenere valido il modello gaussiano.

3.5 Condizioni di validità del modello gaussiano

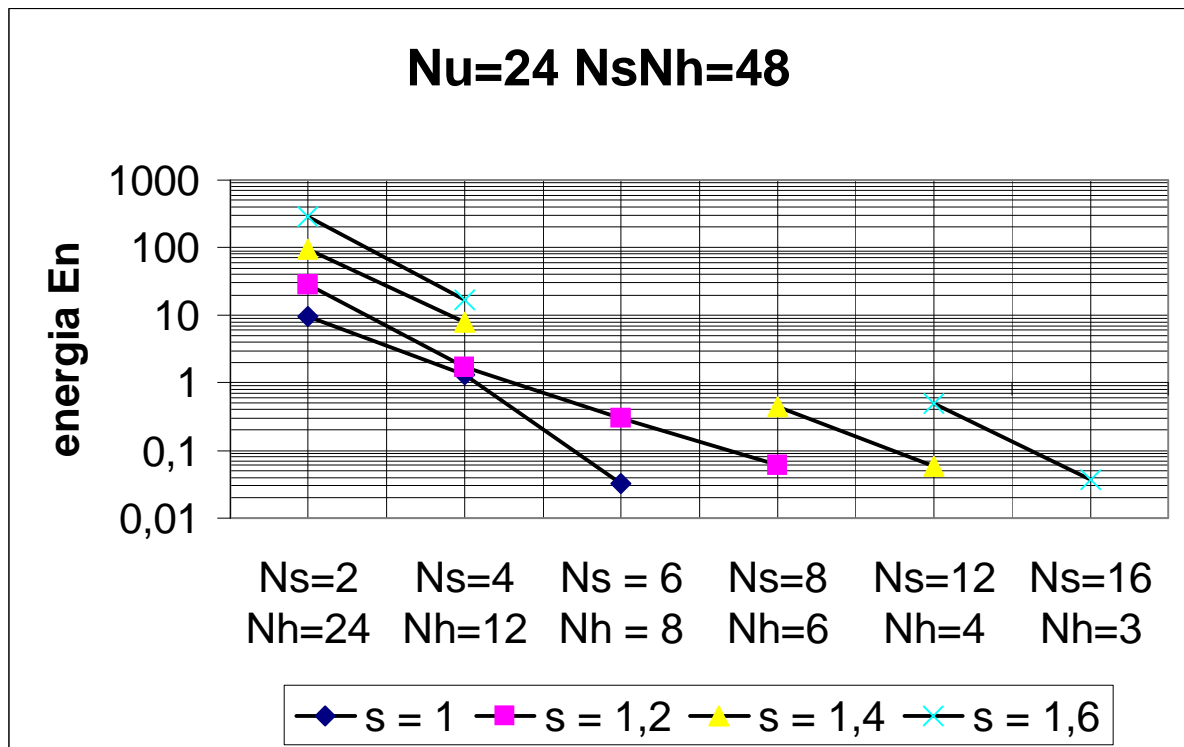
Abbiamo già detto nel paragrafo precedente che per poter ritenere valida l'assunzione che il segnale interferente appartenga ad un processo gaussiano, in modo tale che sia valida in buona approssimazione l'espressione della probabilità di errore sul bit riportata dalla (3.1), occorre stabilire un criterio.

In base alla definizione del “vettore degli errori normalizzati” $\underline{En} = [En(k=1) \dots En(k=N)]$ riportata nel paragrafo precedente nella (3.8), imponiamo come criterio di validità dell'approssimazione gaussiana il seguente:

$$\varepsilon_n = \|\underline{En}\|^2 = \sum_{k=1}^N En^2(k) = \sum_{k=1}^N EQn(K) < 0,1 \quad (3.10)$$

Sulla base di questo criterio ora definito, andiamo a studiare i limiti di validità del modello gaussiano adottato per rappresentare il segnale generato dagli utenti interferenti in base agli andamenti della probabilità di errore riportati nel paragrafo 3.3.

TIPOLOGIA A)



Per quanto riguarda la validità dell'espressione (3.1) del tasso di errore, in funzione del parametro Nh , per ogni fissato valore del parametro s , si può osservare dal grafico sopra riportato, che, secondo il criterio adottato, si hanno i seguenti risultati:

- $s = 1$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=8$ ($Ns=6$), $\rightarrow Nh = Nu/3$

- $s = 1.2$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=6$ ($Ns=8$), $\rightarrow Nh = Nu/4$

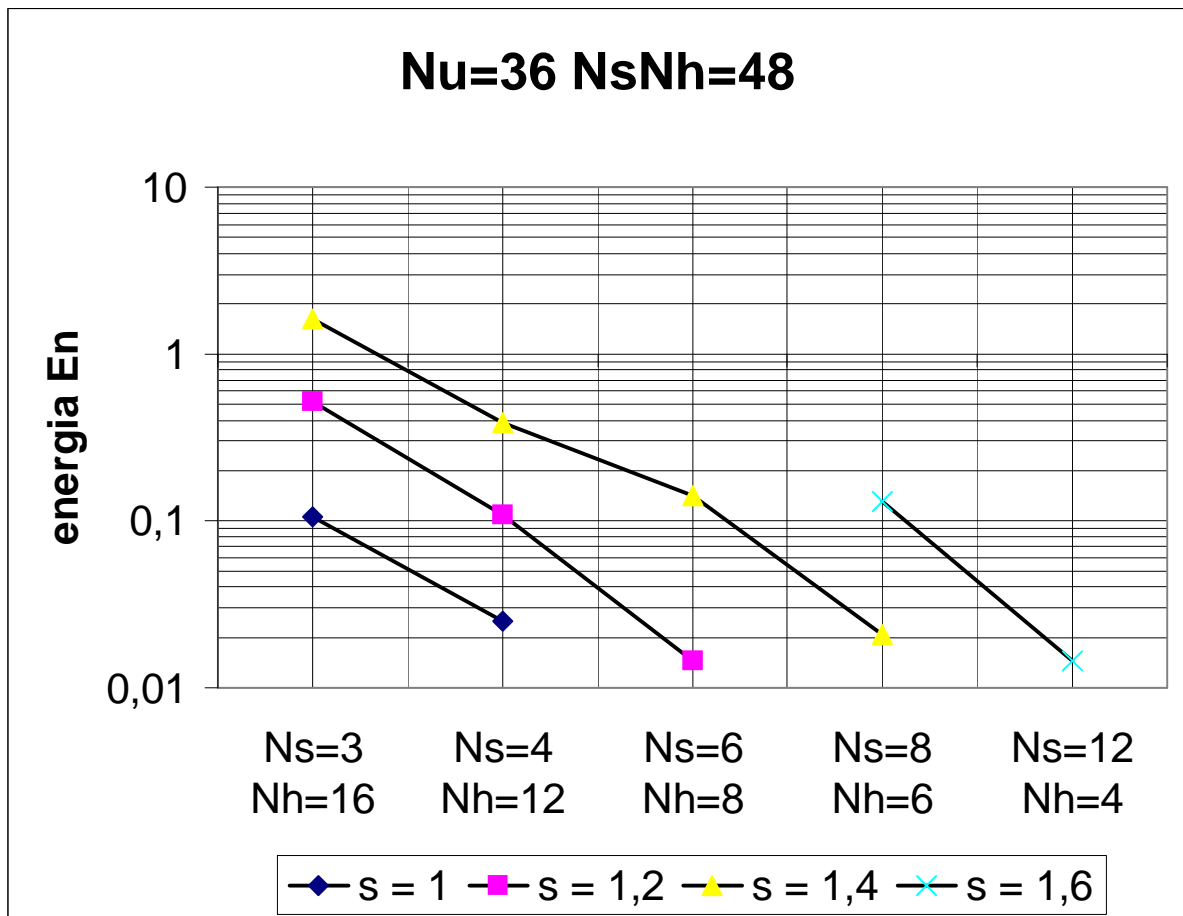
- $s = 1.4$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=4$ ($Ns=12$), $\rightarrow Nh = Nu/6$

- $s = 1.6$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=3$ ($Ns=16$), $\rightarrow Nh = Nu/8$

TIPOLOGIA B)



Per questo tipo di simulazioni valgono i seguenti risultati:

- $s = 1$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=12$ ($Ns=4$), $\rightarrow Nh = Nu/3$

- $s = 1.2$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=8$ ($Ns=6$), $\rightarrow Nh < Nu/4$

- $s = 1.4$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=6$ ($Ns=8$), $\rightarrow Nh = Nu/6$

- $s = 1.6$:

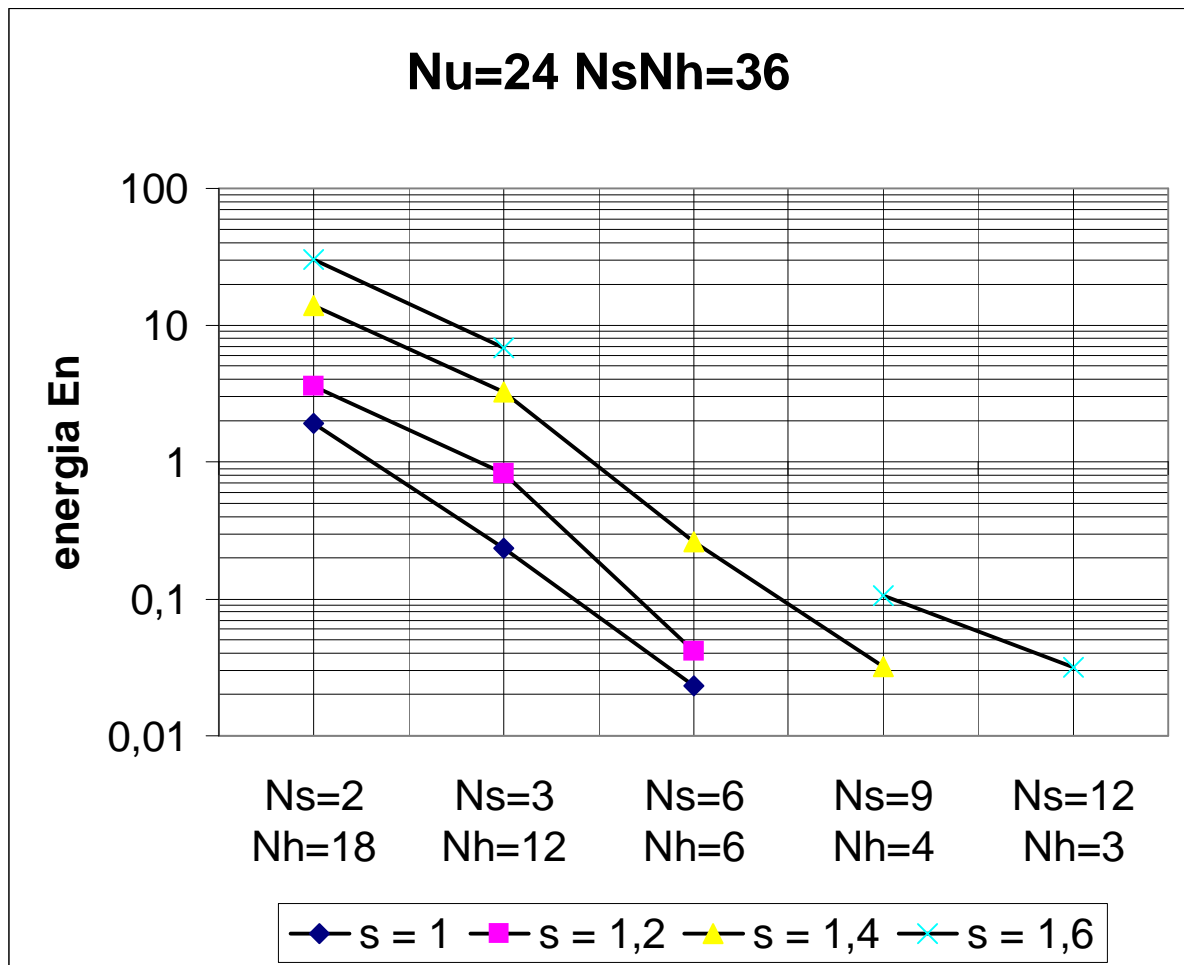
la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=4$ ($Ns=12$), $\rightarrow Nh < Nu/8$

E' da osservare dalle curve del par. 3.3 che, fissata la velocità di trasmissione del sistema (fissato cioè il prodotto $N_s N_h$), per un fissato N_u e s (fissato τ_m), mentre la curva della probabilità di errore teorica resta sempre la stessa, quella che ne risulta dalle simulazioni cambia a seconda del valore assunto dal parametro N_h e conseguentemente di N_s .

Confrontando i risultati ottenuti dalle prime due tipologie di simulazioni, si può osservare che indipendentemente dal numero di utenti N_u presenti nel sistema, il valore del parametro N_h rispetto a N_u per il quale vale l'approssimazione è circa lo stesso per ogni fissato valore del parametro s . Quindi possiamo concludere che fissato il bit rate, esiste un particolare valore del parametro N_h (che stabilisce il valore del parametro N_s essendo il prodotto $N_s N_h$ ed il tempo di slot T_c fissati) rispetto al numero di trasmettitori attivi, per il quale vale il modello gaussiano per rappresentare l'interferenza multi-utente.

Vedremo con lo studio delle altre due tipologie di simulazioni se ciò è verificato anche per diverse velocità di trasmissione.

TIPLOGIA C)



In questo caso troviamo i seguenti risultati:

- $s = 1$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $N_h=6$ ($N_s=6$), $\rightarrow N_h < Nu/3$

- $s = 1.2$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $N_h=6$ ($N_s=6$), $\rightarrow N_h = Nu/4$

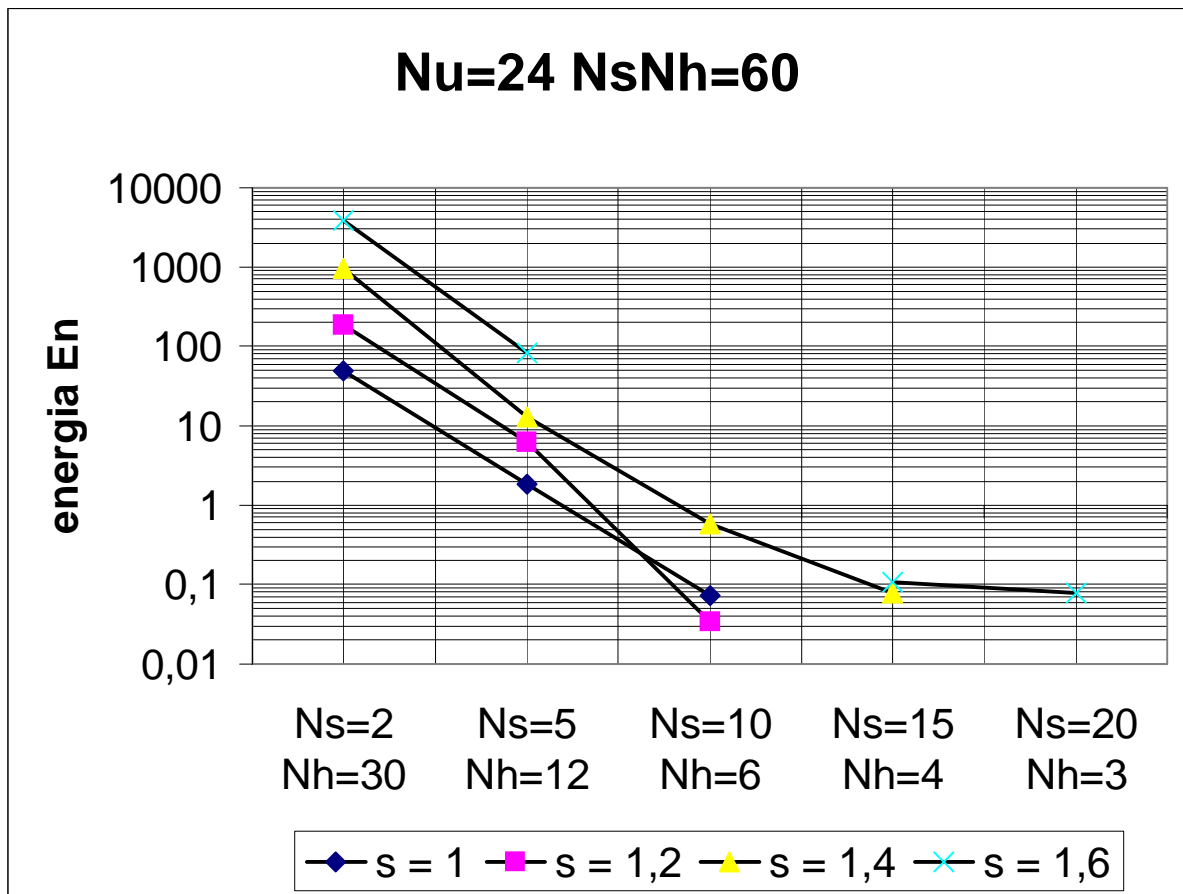
- $s = 1.4$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $N_h=4$ ($N_s=9$), $\rightarrow N_h = Nu/6$

- $s = 1.6$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $N_h=3$ ($N_s=12$), $\rightarrow N_h = Nu/8$

TIPOLOGIA D)



Si hanno i seguenti risultati:

- $s = 1$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=6$ ($Ns=10$), $\rightarrow Nh < Nu/3$

- $s = 1.2$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=6$ ($Ns=10$), $\rightarrow Nh = Nu/4$

- $s = 1.4$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=4$ ($Ns=15$), $\rightarrow Nh = Nu/6$

- $s = 1.6$:

la validità dell'approssimazione gaussiana è raggiunta per $Nh=3$ ($Ns=20$), $\rightarrow Nh = Nu/8$

Un confronto tra queste ultime due tipologie di simulazioni permette di affermare che anche a differenti bit rate, si hanno gli stessi tipi di risultati trovati nelle prime due tipologie di simulazioni.

CONCLUSIONI

Ricapitolando possiamo dire che l'analisi fin qui svolta ci porta a concludere che i parametri che misurano la validità della (3.1) sono $\frac{Nh}{Nu}$ e $\frac{Tc}{Tm} \cong 1.245 * s$ indipendentemente dalla velocità di trasmissione adottata dal sistema. Quanto più è grande $\frac{Tc}{Tm} \cong 1.245 * s$ quanto minore deve essere $\frac{Nh}{Nu}$ affinché sia valida l'approssimazione gaussiana e quindi la (3.1).

Riportiamo schematicamente i valori indicativi delle combinazioni dei parametri $\frac{Nh}{Nu}$ e $\frac{Tc}{Tm} \cong 1.245 * s$ per i quali risulta valido il modello gaussiano adottato per rappresentare il segnale interferente, indipendentemente dal bit rate utilizzato, in base al criterio (3.10):

$s = 1$	e	$Nh \leq Nu/3$
$s = 1.2$	e	$Nh \leq Nu/4$
$s = 1.4$	e	$Nh \leq Nu/6$
$s = 1.6$	e	$Nh \leq Nu/8$

Tabella 3.1: limiti di validità

NOTA

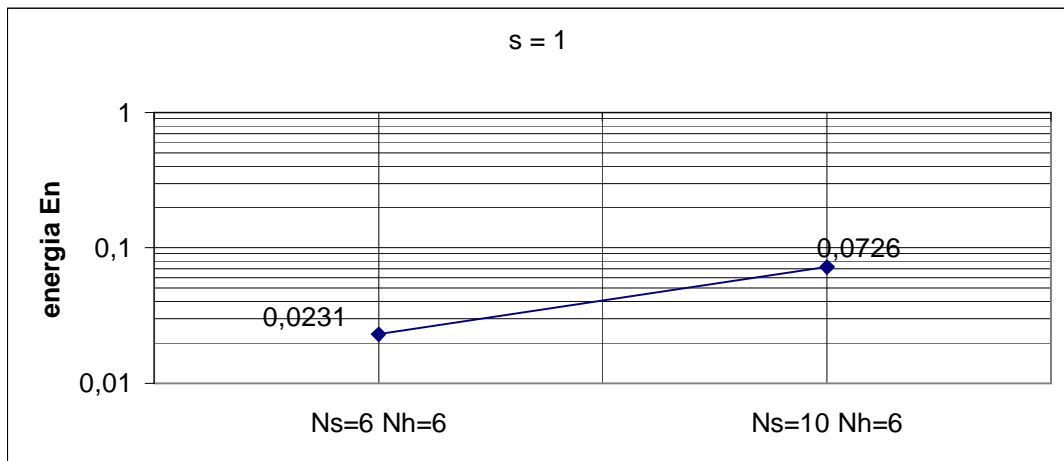
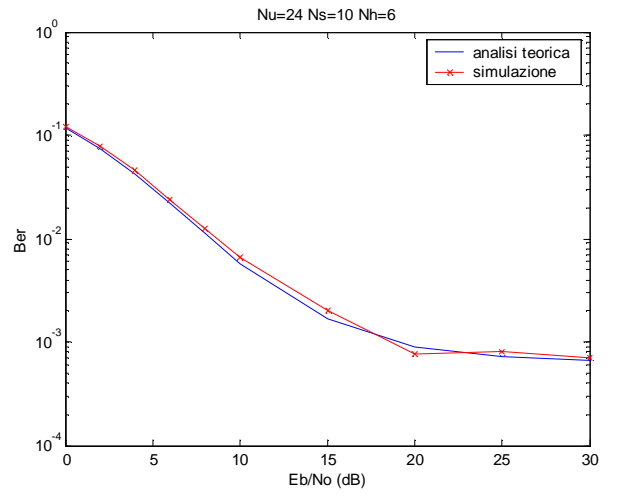
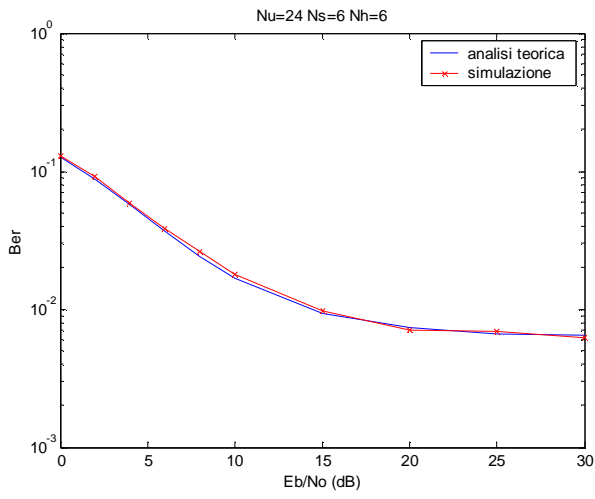
Il criterio di validità stabilito per ritenere valida l'ipotesi che il segnale interferente fosse un segnale gaussiano è di natura indicativa. Con ciò si intende dire che i valori dei parametri s e Nh per i quali si è assunta valida l'approssimazione gaussiana dipendono dal valore che abbiamo assunto per la soglia dell'energia dell'errore normalizzato (in questo caso 0.1). E' comunque importante sottolineare che al variare della soglia, sebbene cambino i limiti di validità espressi dai valori di s e Nh , è pur vero che l'effetto è il medesimo: quanto più s è grande tanto più Nh deve essere piccolo rispetto al numero di utenti attivi nel sistema affinché si possa ritenere valido il modello gaussiano quindi la (3.1).

E' da osservare quindi che in realtà, poiché spesso si usa un codice di dimensione Nh pari al numero di utenti che possono accedere al sistema, il modello gaussiano adottato nell'analisi teorica per rappresentare il segnale interferente, che ha condotto ad una espressione analitica della probabilità di errore su singolo bit, non è valido, ma esso costituisce una più che ottimistica previsione. Nel paragrafo 3.7 andremo a verificare la vera distribuzione che caratterizza il segnale interferente all'uscita del correlatore.

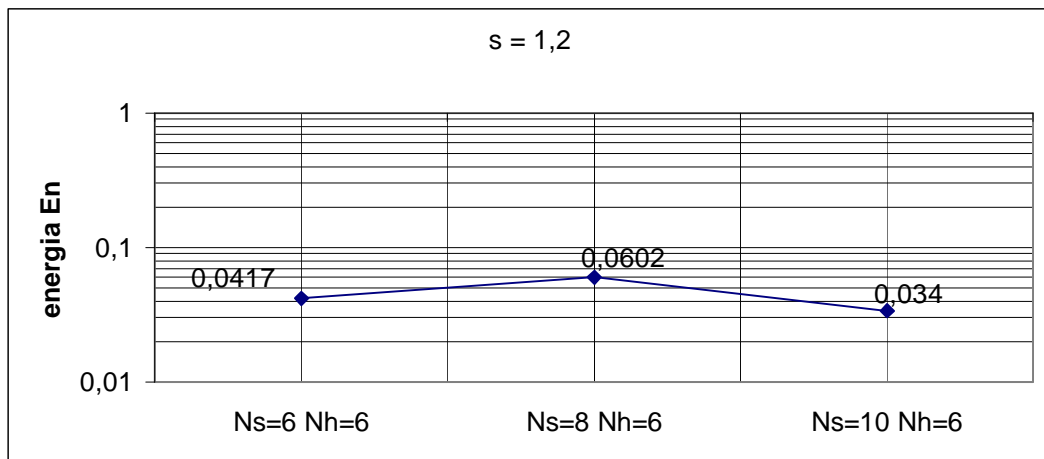
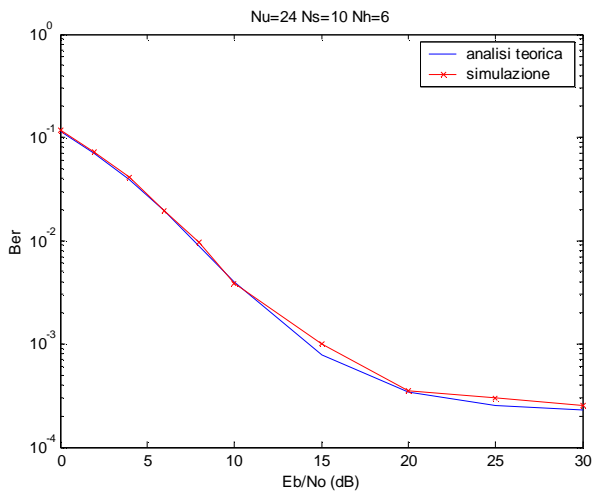
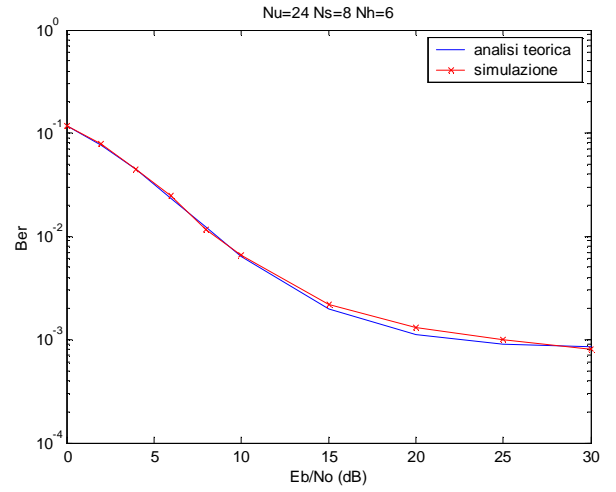
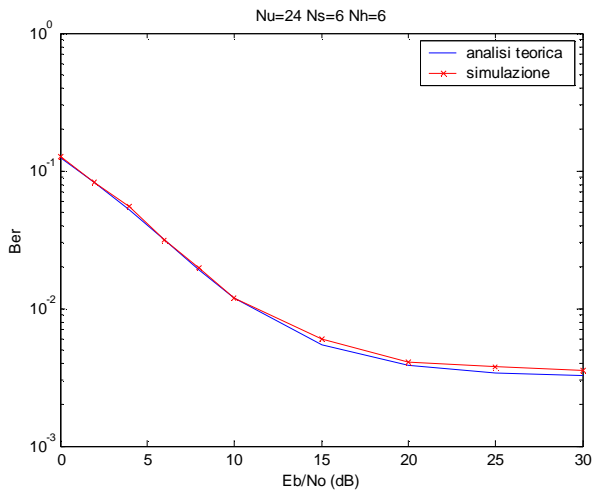
3.6 Indipendenza dal parametro N_s

Nel paragrafo 3.4 si era osservato un aumento del valore dell'energia dell'errore normalizzato corrispondente ad un incremento del valore del parametro N_s per un fissato valore di N_h e quindi all'aumentare del bit rate, indipendentemente dal valore assunto dal parametro s . Un'interpretazione a questo fatto si può dare osservando i relativi andamenti della probabilità di errore riportati nel paragrafo 3.3 (1: $N_u=24$ $N_s=3$ $N_h=12$; 2: $N_u=24$ $N_s=4$ $N_h=12$; 3: $N_u=24$ $N_s=5$ $N_h=12$): il tasso di errore reale non decresce con la stessa velocità di quello teorico. Questo è quello che succede nel caso $N_u=24$ $N_h=12$ al variare di N_s cioè in un caso per cui, secondo i limiti di validità riportati in Tabella 3.1 nel paragrafo 3.5, non è verificata l'ipotesi gaussiana e quindi la (3.1). Vogliamo ora invece vedere cosa succede al variare di N_s laddove si è assunto valido il modello gaussiano.

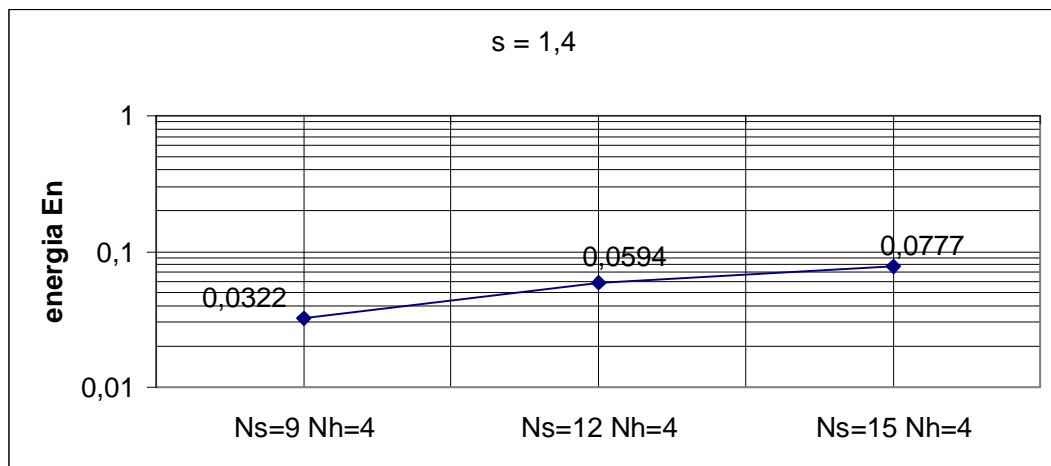
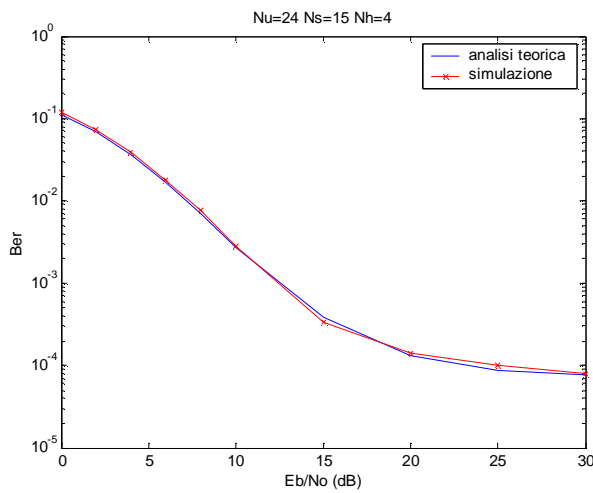
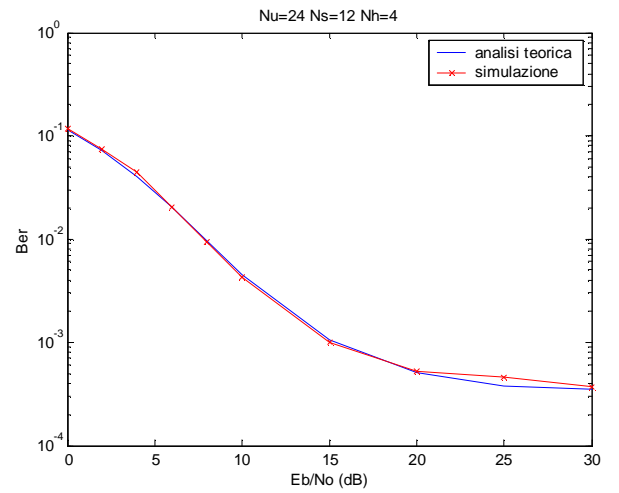
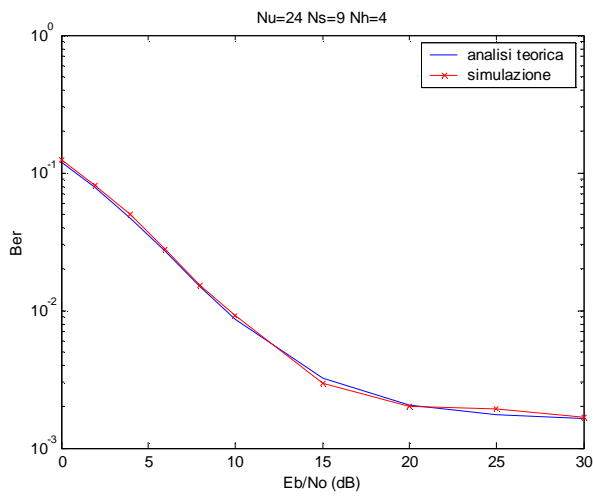
1) $s = 1$



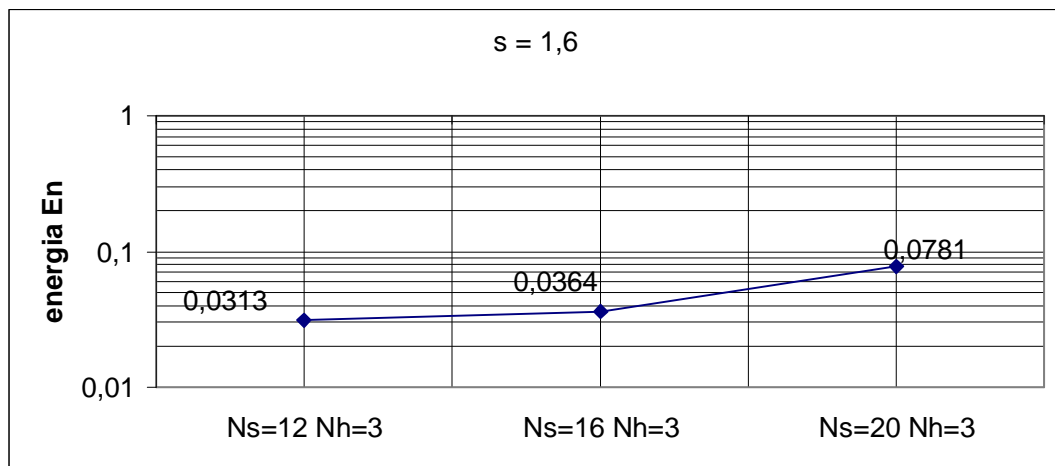
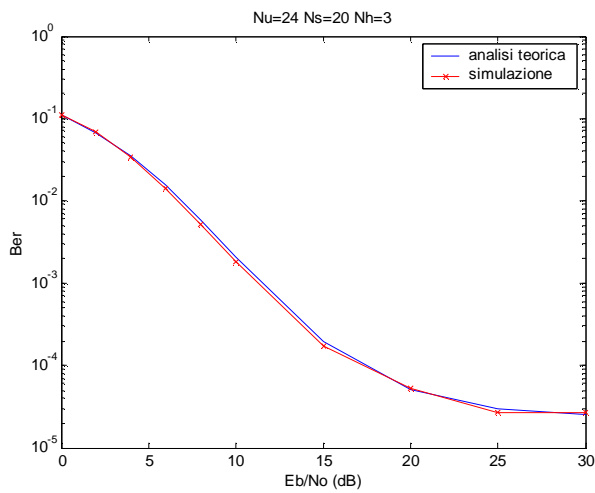
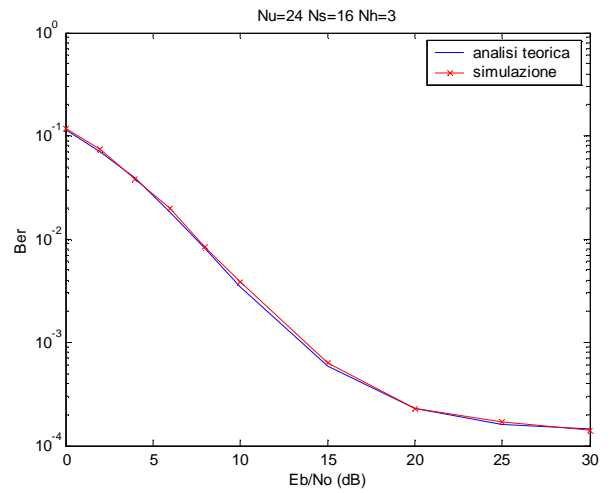
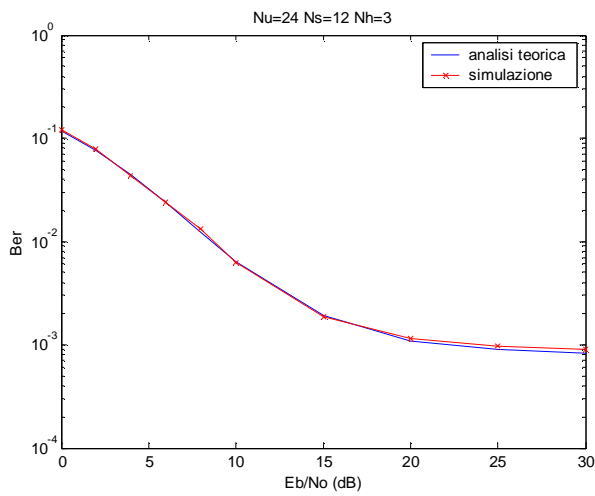
2) $s = 1.2$



3) $s = 1.4$



4) $s = 1.6$



Come si può vedere facilmente che, laddove è verificata l'ipotesi secondo i valori di s e Nh riportati in Tabella 3.1 e calcolati in base al criterio (3.10), il parametro Ns non influenza la validità del modello. Questo a conferma del fatto che i parametri che determinano la validità

del modello gaussiano sono $\frac{Nh}{Nu}$ e $\frac{Tc}{Tm} \cong 1.245 * s$.

3.7 Test *chi-square*

Finora si è cercato di stabilire quali siano le condizioni di validità per le quali è possibile affermare in buona approssimazione la validità dell'espressione della probabilità di errore data nella (3.1). Si è condotta cioè un'analisi sui risultati basati sul fatto di aver considerato la variabile di test $\alpha = Z + Z_{MUI} + Z_{NOISE}$ all'uscita del correlatore, a distribuzione gaussiana, che ci ha permesso di dare un'espressione analitica in forma chiusa al tasso di errore (vedi la (3.1)). Eseguiamo ora un'analisi a ritroso effettuando lo studio della sola variabile Z_{MUI} verificando l'ipotesi che sia a distribuzione gaussiana.

Definiamo un metodo, molto usato nell'analisi statistica, grazie al quale è possibile misurare l'equivalenza di una certa densità di probabilità di una variabile aleatoria assunta per ipotesi con quella che si misura statisticamente mediante l'osservazione di un certo numero di determinazioni assunte dalla variabile stessa. Questo metodo, che è detto "*chi-square goodness of fit test*", viene utilizzato per verificare i risultati trovati fino a questo punto, verificando cioè la gaussianità del segnale interferente solo nei limiti di validità espressi in Tabella 3.1 nel paragrafo 3.5.

Introduciamo propedeuticamente la variabile di test. Siano z_1, z_2, \dots, z_n n variabili aleatorie indipendenti, ognuna con distribuzione normale (gaussiana) a media nulla e varianza unitaria. Si definisce la variabile *chi-square* di n gradi di libertà come

$$\chi_n^2 = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2 \quad (3.11)$$

e la cui densità di probabilità è data da

$$p(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} \quad \chi^2 \geq 0 \quad (3.12)$$

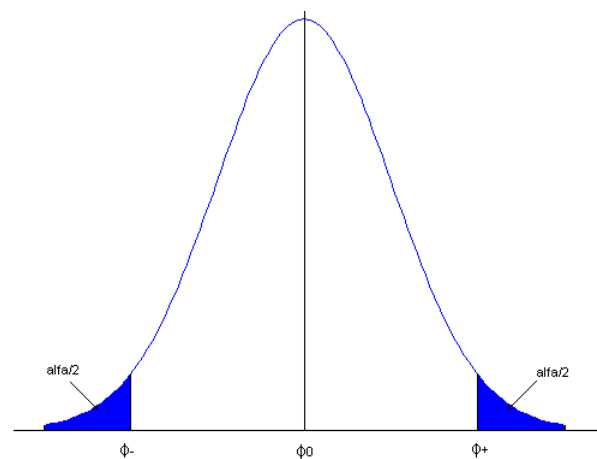
dove $\Gamma(\cdot)$ è la funzione gamma.

Prima di stabilire il test occorre fare una premessa che ci permette di capire l'applicazione del test stesso. Supponiamo di avere uno stimatore $\hat{\phi}$ di una certa variabile aleatoria ϕ . Vogliamo testare la validità dell'ipotesi che ϕ abbia assunto la determinazione $\phi = \phi_0$. E' chiaro che, se l'ipotesi è vera, un buon stimatore abbia una densità di probabilità $p(\hat{\phi})$ con valore atteso ϕ_0 .

Definiamo i valori ϕ_- e ϕ_+ :

$$\Pr ob(\hat{\phi} \leq \phi_-) = \int_{-\infty}^{\phi_-} p(\hat{\phi}) d\hat{\phi} = \frac{\alpha}{2}$$

$$\Pr ob(\hat{\phi} > \phi_+) = \int_{\phi_+}^{+\infty} p(\hat{\phi}) d\hat{\phi} = \frac{\alpha}{2}$$



I valori ϕ_- e ϕ_+ definiscono quindi i limiti, inferiore e superiore, tra la regione di accettazione e la regione di rigetto dell'ipotesi, entro i quali è lecito supporre l'esattezza dell'ipotesi: se $\hat{\phi} \in [\phi_-, \phi_+]$ l'ipotesi $\phi = \phi_0$ è accettata, altrimenti viene rifiutata. Il valore α , che definisce la probabilità che l'ipotesi venga rifiutata, è chiamato livello del test: se assume un valore troppo piccolo è chiaro che è molto improbabile che l'ipotesi venga rifiutata.

Il test appena descritto è detto essere *bilaterale* in quanto se l'ipotesi non è vera, la variabile ϕ potrebbe essere più grande o più piccola di ϕ_0 . In altri casi, potrebbe essere sufficiente un test *unilaterale* in cui l'ipotesi è ritenuta falsa solo se $\phi > \phi_0$, come per esempio nel caso di densità di probabilità definite solo per valori non negativi della variabile (vedi densità di probabilità della variabile *chi-square* χ^2 riportata nella figura 3.7).

Illustriamo ora il test. Supponiamo per ipotesi che una certa variabile aleatoria abbia una certa distribuzione $p_0(x)$ e vogliamo verificare l'esattezza di tale supposizione. A tale scopo si suddivide l'asse che rappresenta i valori che può assumere la variabile aleatoria in un certo numero di intervalli k di ampiezza costante. Indichiamo con N il numero di osservazioni fatte sulla variabile. Chiamiamo f_i la *frequenza di osservazione* definita dal numero di determinazioni assunte dalla variabile che cadono nell'intervallo i -esimo. Indichiamo invece con F_i la *frequenza attesa* ossia il numero di osservazioni che dovrebbero cadere nell'intervallo i -esimo se la densità di probabilità $p_0(x)$ fosse quella esatta.

A questo punto è possibile introdurre la variabile

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - F_i)^2}{F_i} \quad (3.13)$$

che ha approssimativamente la stessa distribuzione della variabile *chi-square* χ_n^2 di n gradi di libertà espressa dalla (3.12).

In questo caso però occorre definire il parametro n che definisce il numero di gradi di libertà e quindi il numero di variabili indipendenti. Infatti in questo caso n sarà pari a k diminuito del numero di restrizioni imposte dall'osservazione: avendo suddiviso l'asse in k sotto-intervalli è chiaro che l'ultimo sotto-intervallo sarà determinato dalla conoscenza degli altri $k-1$. Ciò implica $n = k - 1$. Inoltre, poiché nella nostra analisi, il confronto è fatto per vedere l'accuratezza dell'istogramma rispetto alla densità di probabilità ipotizzata $p_0(x)$, al valore di n precedentemente calcolato, occorrerà diminuire il numero di parametri che caratterizzano la $p_0(x)$. Volendo noi valutare l'accuratezza rispetto ad una densità di probabilità normale, il numero di parametri sono 2, valor medio e varianza. Ne deriva che nel nostro caso $n = k - 1 - 2 = k - 3$.

In base a quanto esposto precedentemente è possibile quindi stabilire il test *chi-square unilaterale*. Definiamo la regione di accettazione $X^2 \leq \chi_{n,\alpha}^2$ dove $\chi_{n,\alpha}^2$ è il valore critico della distribuzione *chi-square* di n gradi di libertà e con livello di test pari ad α . In appendice, nella Tabella B.1 sono riportati alcuni dei valori critici $\chi_{n,\alpha}^2$ per diversi valori dei parametri n ed α .

Il test allora assume la seguente forma:

test chi-square:

$X^2 > \chi_{n,\alpha}^2$ l'ipotesi che la variabile aleatoria di test abbia distribuzione $p_0(x)$ è rifiutata.

$X^2 \leq \chi_{n,\alpha}^2$ l'ipotesi che la variabile aleatoria di test abbia distribuzione $p_0(x)$ è accettata.

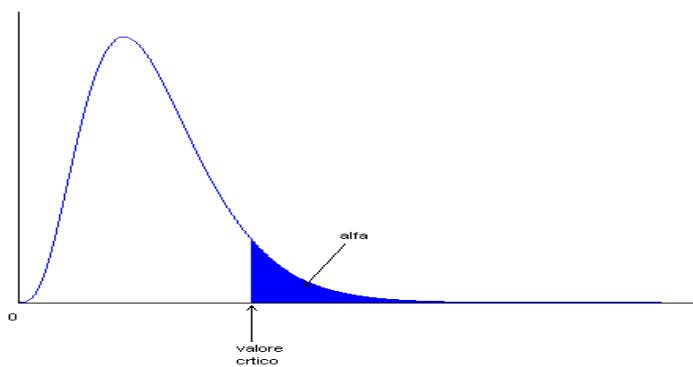


Figura 3.7: densità di probabilità chi square

Applichiamo il test *chi-square*, in particolar modo alle simulazioni delle tipologie A) e B), per verificarne la validità dei limiti trovati, andando a valutare in ogni caso specifico, il livello di test raggiunto α ($0 < \alpha < 1$), misurato in percentuale. Confrontiamo il livello di test trovato con un livello di test α_0 , e individuiamo la corrispondente validità o meno dell'ipotesi gaussiana.

Come verifica ulteriore, si è calcolato il parametro *Kurtosis* della variabile Z_{MUI} definito da

$$ku = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^4}{(N-1)s^4} \quad (3.14)$$

dove nel nostro caso

$y_i = Z_{MUI}(i)$: determinazioni assunte dalla variabile aleatoria Z_{MUI}

N : numero di osservazioni

$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$: valore atteso

$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2$: varianza

Dall'espressione di ku (3.14), che definisce un quarto momento, si capisce che tale parametro è una misura del picco della distribuzione intorno al suo valore atteso, misura cioè la ripidità dei fianchi della distribuzione stessa. Poiché si il *Kurtosis* di una distribuzione gaussiana è pari a 3, possiamo misurare il discostamento percentuale del ku della distribuzione della variabile Z_{MUI} all'uscita del correlatore dal valore 3, cioè definiamo

$$\Delta ku\% = \frac{ku - 3}{3} \times 100$$

Concludendo possiamo dare le seguenti tabelle riepilogative:

Nu=24 NsNh=48	Nh/Nu	ε_n	validità modello gaussiano	test			scarto kurtosis %
				chi-square			
				15%	30%	40%	

s=1	Ns=2 Nh=24	1	9,5311	NO	NO	NO	NO	42,05
	Ns=4 Nh=12	1/2	1,2986	NO	SI	SI	NO	9,82
	Ns=6 Nh=8	1/3	0,0328	SI	SI	SI	SI	0,89

s=1,2	Ns=2 Nh=24	1	28,1274	NO	NO	NO	NO	53,8
	Ns=4 Nh=12	1/2	1,6934	NO	SI	NO	NO	10,55
	Ns=6 Nh=8	1/3	0,3046	NO	SI	SI	NO	4,28
	Ns=8 Nh=6	1/4	0,0602	SI	SI	SI	SI	0,13

s=1,4	Ns=2 Nh=24	1	94,5215	NO	NO	NO	NO	58,8
	Ns=4 Nh=12	1/2	7,8501	NO	SI	NO	NO	14,98
	Ns=8 Nh=6	1/4	0,4392	NO	SI	SI	NO	2,52
	Ns=12 Nh=4	1/6	0,0594	SI	SI	SI	SI	0,17

s=1,6	Ns=2 Nh=24	1	286,5836	NO	NO	NO	NO	63,28
	Ns=4 Nh=12	1/2	16,7403	NO	NO	NO	NO	17,45
	Ns=12 Nh=4	1/6	0,4872	NO	SI	SI	NO	4,06
	Ns=16 Nh=3	1/8	0,0364	SI	SI	SI	SI	0,4

Nu=36 NsNh=48	Nh/Nu	ε_n	validità modello gaussiano	test			scarto kurtosis %
				chi-square			
				15%	30%	40%	

s=1	Ns=3 Nh=16	<1/2	0,1056	NO	SI	NO	NO	11,86
	Ns=4 Nh=12	1/3	0,025	SI	SI	SI	SI	0,83

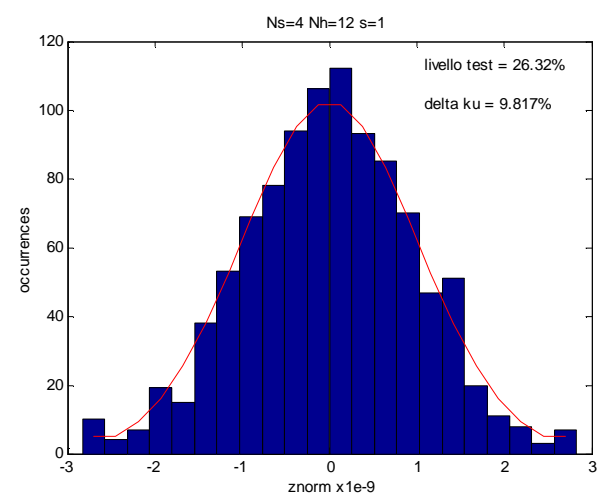
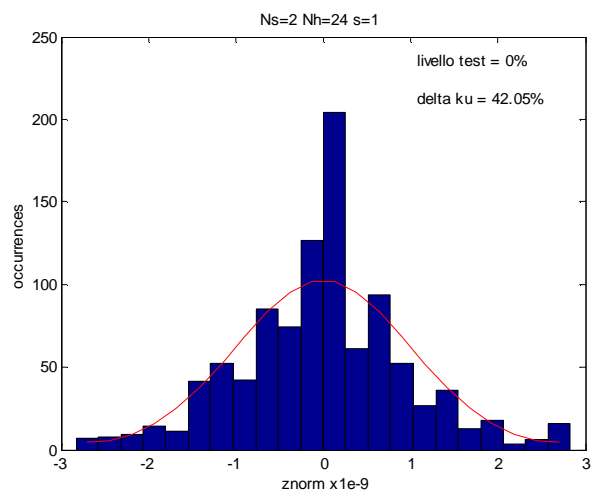
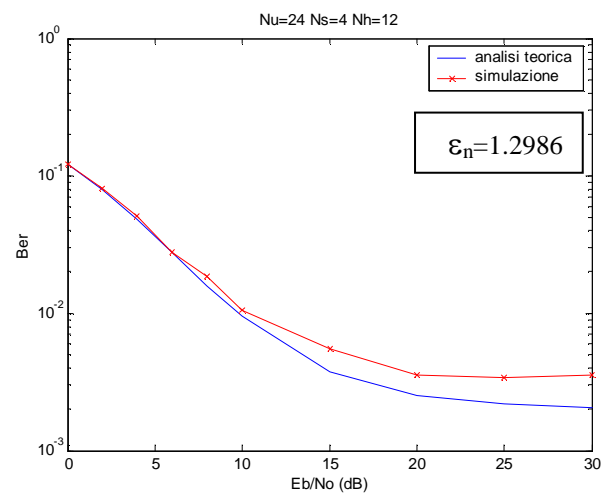
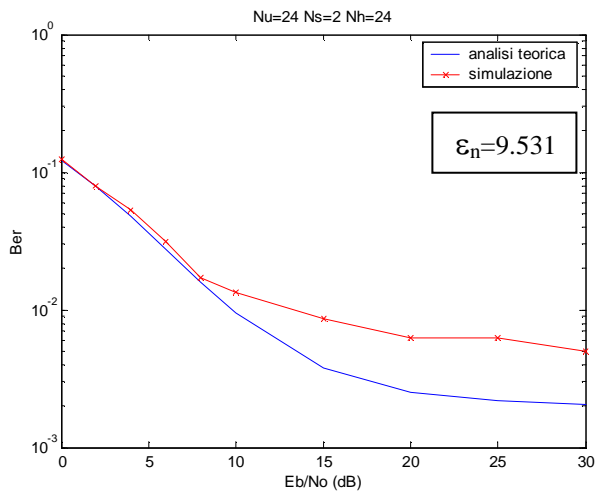
s=1,2	Ns=3 Nh=16	<1/2	0,5217	NO	SI	NO	NO	17,45
	Ns=4 Nh=12	1/3	0,1089	NO	SI	SI	NO	7,21
	Ns=6 Nh=8	<1/4	0,0144	SI	SI	SI	SI	0,51

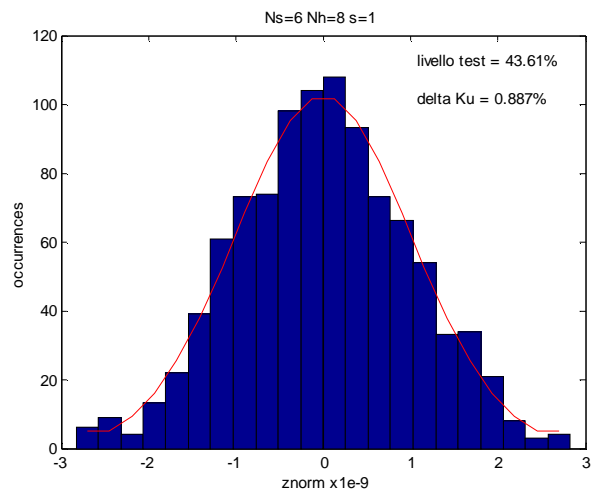
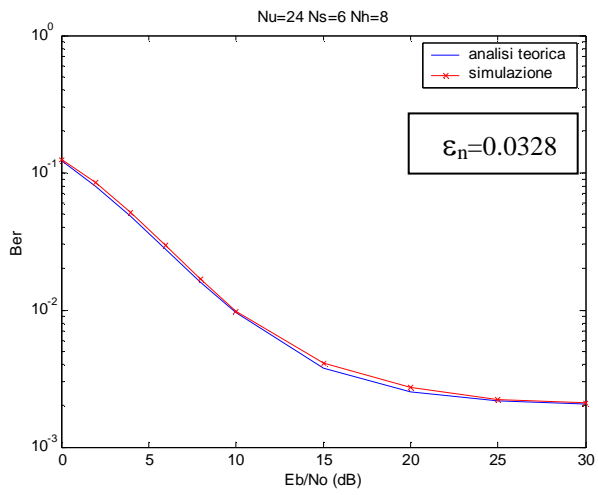
s=1,4	Ns=3 Nh=16	<1/2	1,6279	NO	NO	NO	NO	15,64
	Ns=4 Nh=12	1/3	0,3864	NO	SI	NO	NO	11,57
	Ns=6 Nh=8	<1/4	0,141	NO	SI	SI	NO	4,76
	Ns=8 Nh=6	1/6	0,0208	SI	SI	SI	SI	0,19

s=1,6	Ns=8 Nh=6	1/6	0,1316	NO	SI	SI	NO	4,6
	Ns=12 Nh=4	<1/8	0,0145	SI	SI	SI	SI	0,94

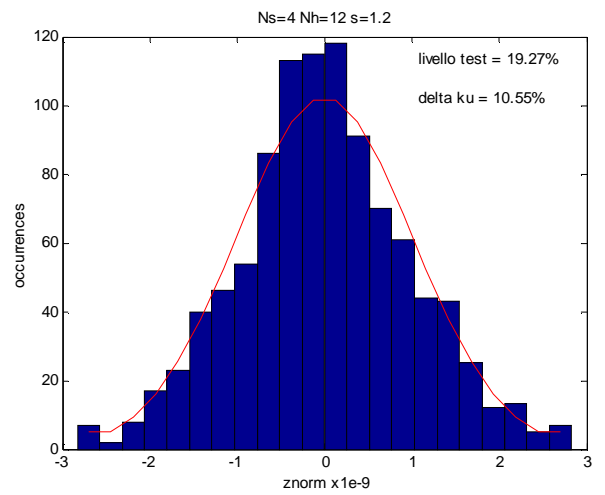
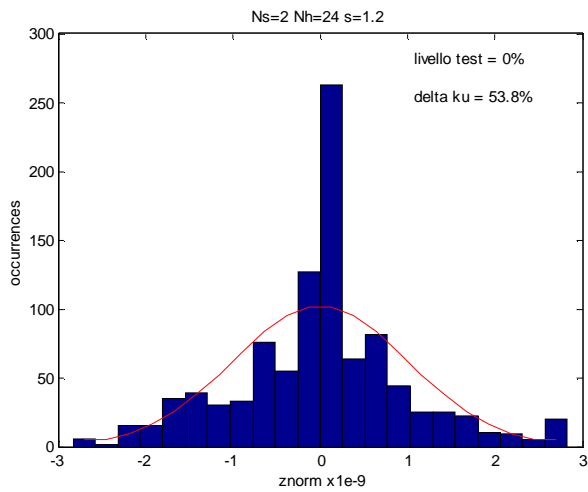
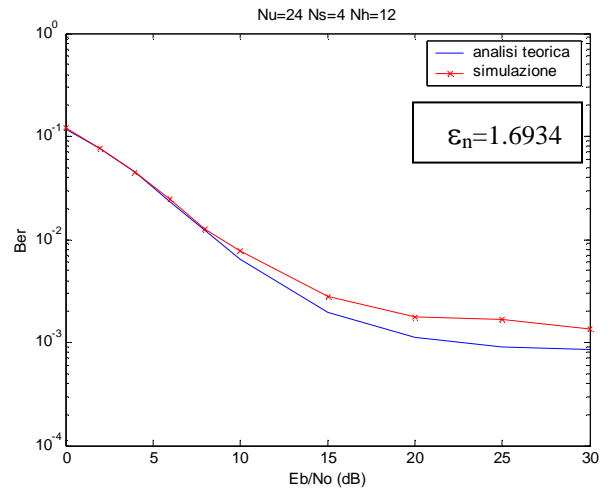
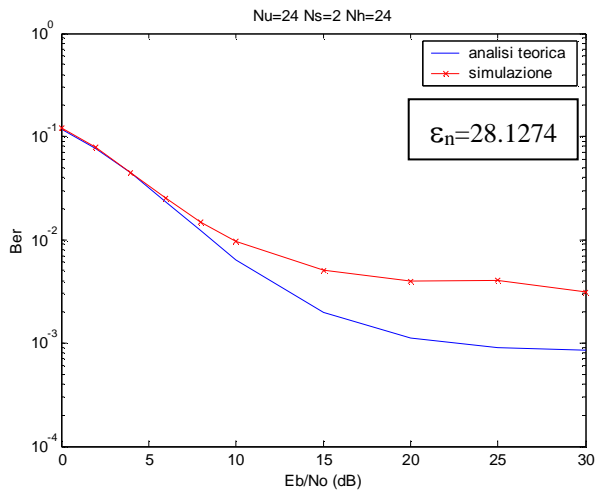
3.8) Distribuzione interferenti

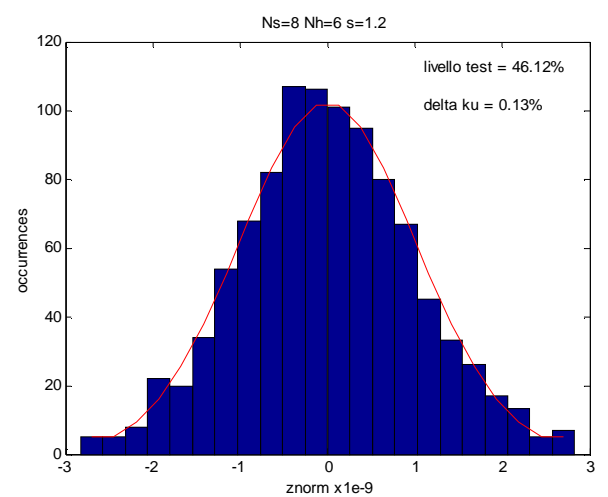
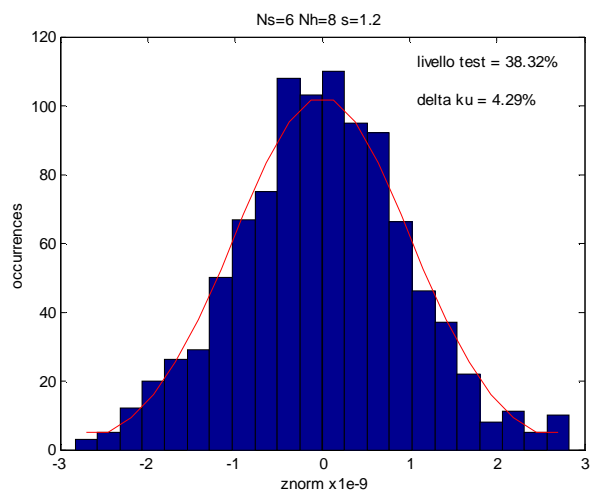
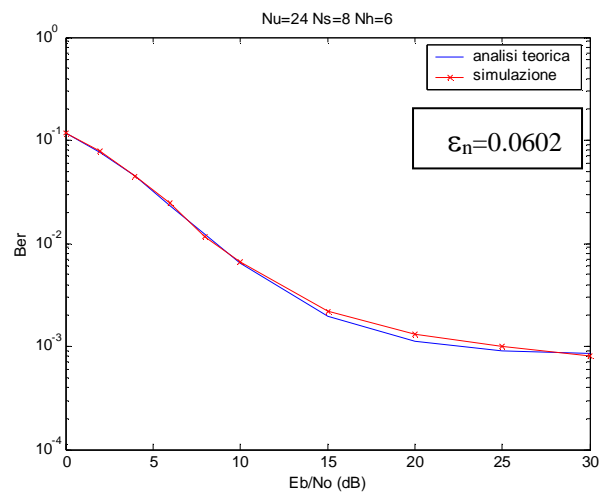
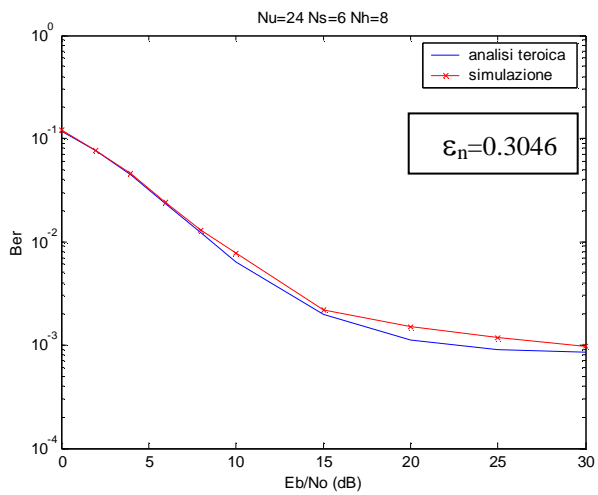
A-1) s = 1



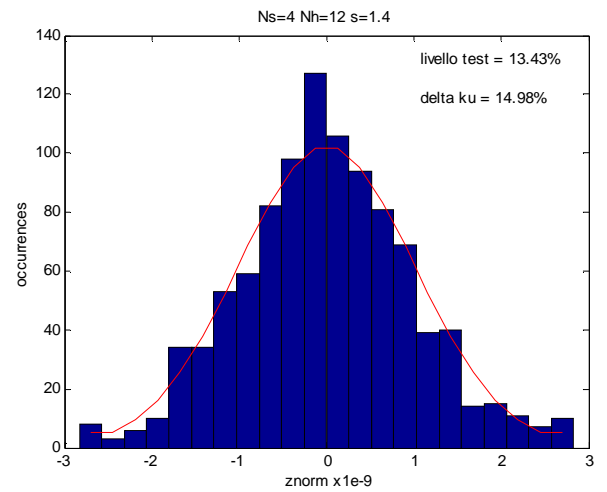
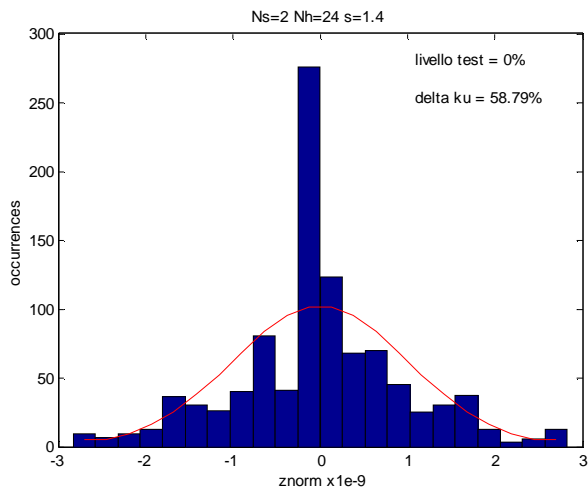
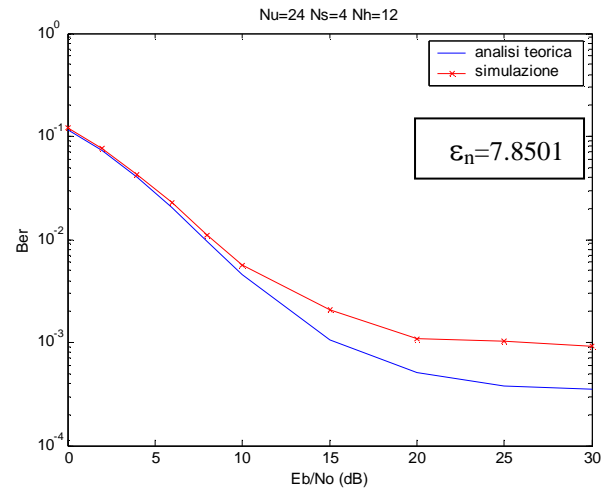
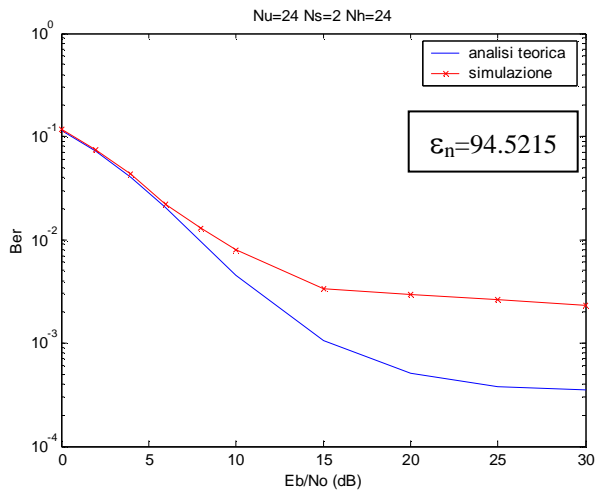


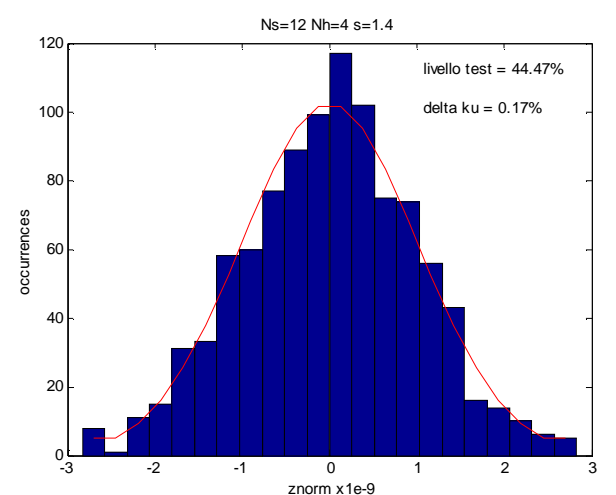
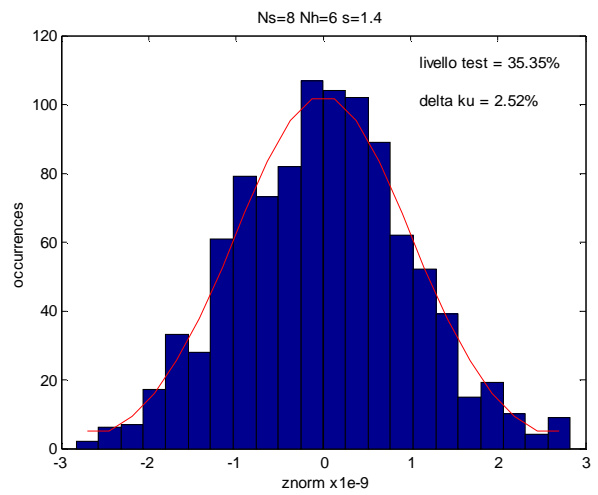
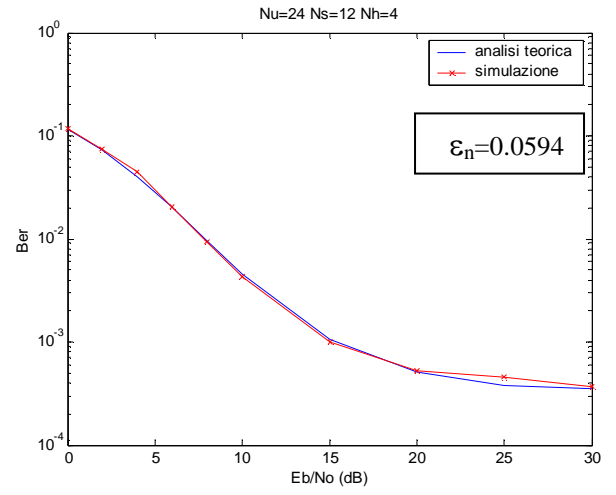
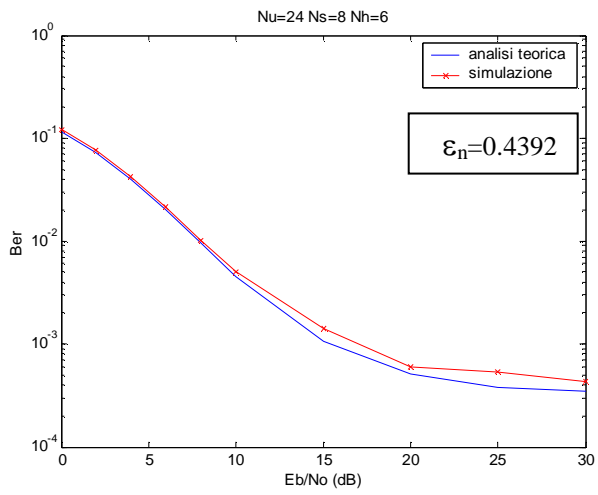
A-2) **s = 1.2**



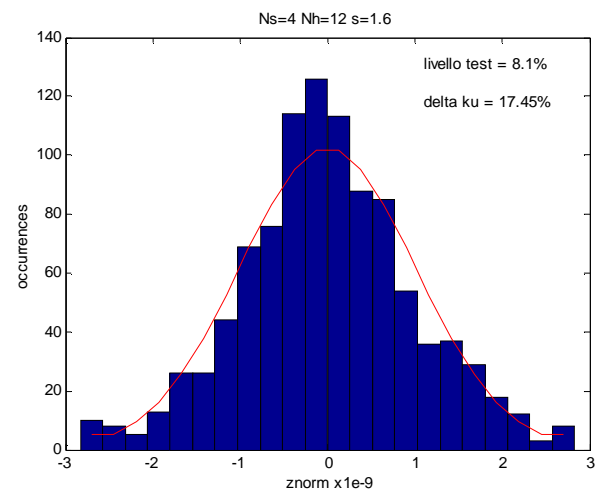
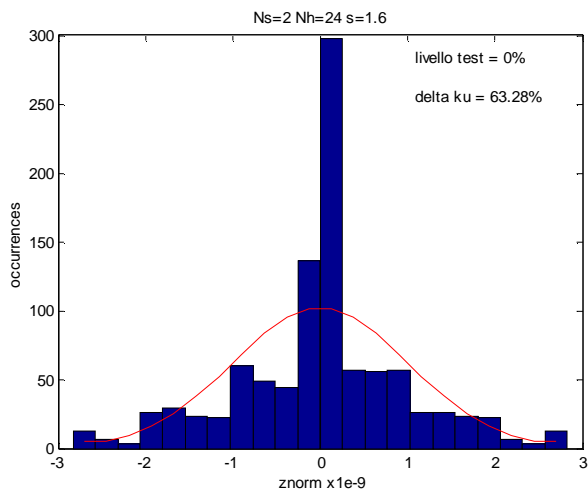
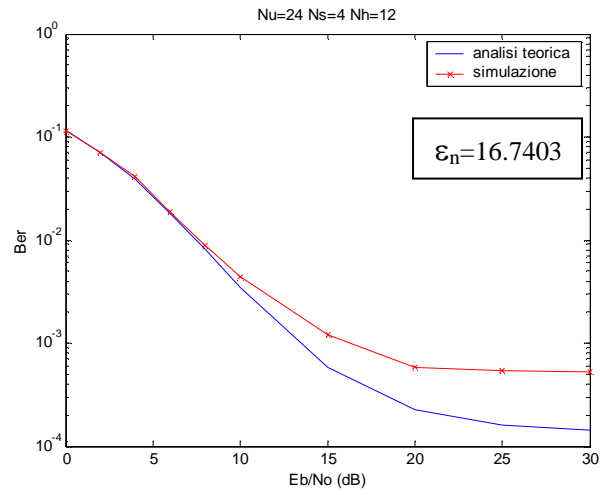
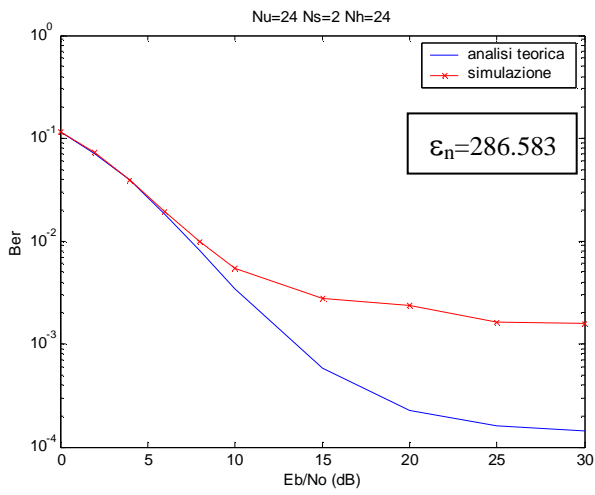


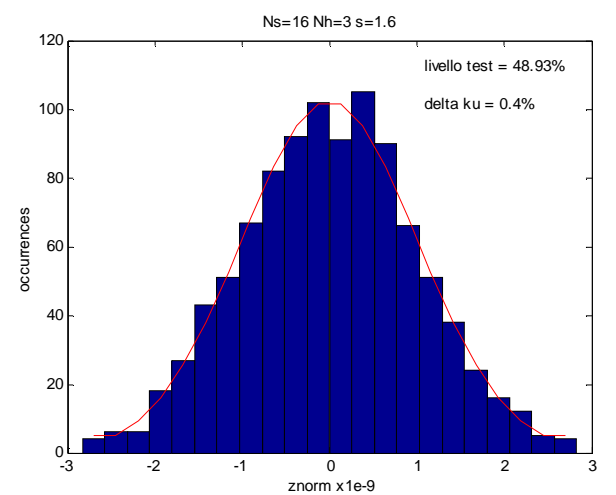
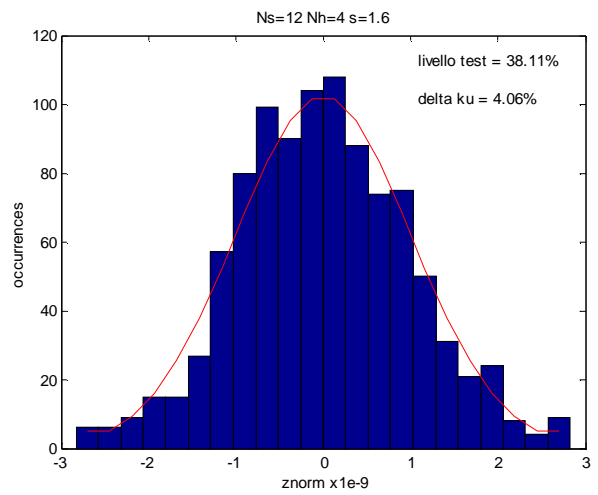
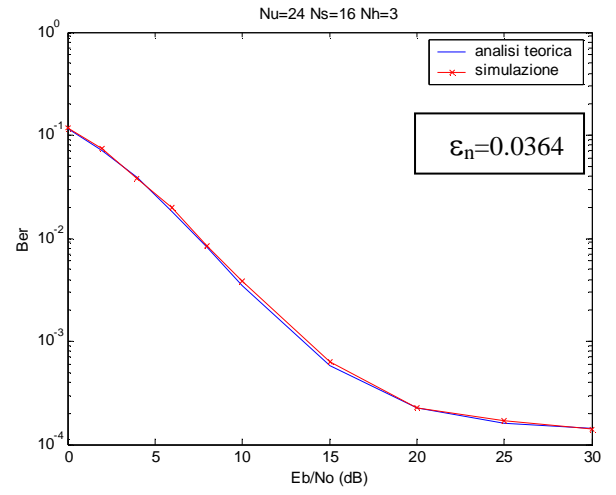
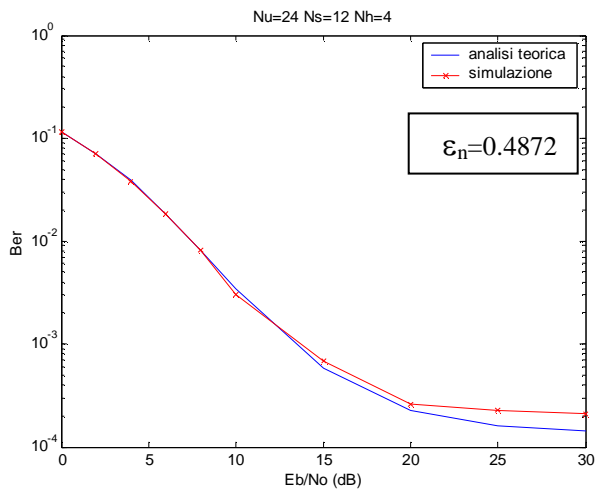
A-3) **s = 1.4**





A-4) **s = 1.6**





APPENDICE

A) Simulatore Matlab

```
function out=pulse_uwb(samples,taum,Tm);
%
%*****
% funzione che genera impulso di Scholtz
%*****
% out: impulso di Scholtz
%
% samples: numero di campioni per nsec.
% taum:  $\tau_m$ 
% Tm: durata impulso
%*****
%

dt = (1/samples);    % time separation between samples

samples_per_Tm = floor(samples*Tm);

temp = floor(samples_per_Tm/2);

time=(-temp*dt:dt:temp*dt);

out=(1-4.*pi.*((time./taum).^2)).*exp(-2.*pi.*((time./taum).^2));
```

```

function m=v(monocycle,total_samples_v,samples_per_delta)
%
%*****
% funzione che calcola  $v(t)=w(t)-w(t-\delta)$ ;
%*****
% m:  $v(t)=w(t)- w(t-\delta)$ 
%
% monocycle: impulso uwb
% total_samples_v: dimensione  $v(t)$  (numero di campioni)
% samples_per_delta: dimensione  $\delta$  (numero di campioni)
%*****
%
m = zeros(1,total_samples_v);

m1 = m;

m(1:length(monocycle)) = monocycle; % w(t)

m1(samples_per_delta+1:total_samples_v) = monocycle; % w(t- $\delta$ )

m = m-m1; %  $v(t)=w(t)- w(t-\delta)$ 

```

```

function [mp,sigma_vquadro]=mpsigmavquadro(taum,delta_uwb);
%
%*****
% Funzione che calcola  $m_p$  per impulso di Scholtz
% e la varianza della potenza interferente
%*****
% mp:  $m_p$ 
% sigma_vquadro:  $\sigma_v^2$ 
%
% taum= $\tau_m$ 
% delta_uwb= $\delta$ 
%*****
%
% generazione dell'impulso

samples=300;

width=10*taum;

dim=(round(width*samples))+1; % number of total samples

delta=(1/samples)*1e-9;

temp=floor(dim/2);

t=(-temp*delta:delta:temp*delta);

ref=t.*1e9;

pulse=(1-4.*pi.*((t./(taum*1e-9)).^2)).*exp(-2.*pi.*((t./(taum*1e-9)).^2));

% generazione della maschera

original_samples=length(pulse);

samples_per_delta=ceil(delta_uwb*samples);

total_samples=original_samples+samples_per_delta;

wrec=zeros(1,total_samples);

for a=1:original_samples

    wrec(a)=pulse(a);

    wrecdelta(a+samples_per_delta)=pulse(a);

end

mask=wrec-wrecdelta;

```

```

Rw=sum((wrec.*wrecdelta).*delta);
% calcolo dell'integrale
i=wrec.*mask;
mp=sum(i.*delta);
xi=(-original_samples:1:(original_samples+samples_per_delta));
traslazioni_totali=length(xi);
fxi=zeros(1,traslazioni_totali);
for a=1:traslazioni_totali
    trasl=xi(a);
    traslato=zeros(1,total_samples);
    bit_pieni=total_samples-abs(trasl);
    if trasl>0
        for b=1:bit_pieni
            traslato(b+trasl)=wrec(b);
        end
    else
        for b=1:bit_pieni
            traslato(b)=wrec(b-trasl);
        end
    end
    i=traslato.*mask;
    integrale_interno=sum(i.*delta);
    fxi(a)=(integrale_interno^2);
end
sigmav=sum(fxi.*delta);
sigma_vquadro=sigmav;

```

```

function [out]=repetition_code(input_sequence,repetition_factor)
%
%*****
% funzione che applica un codice a ripetizione alla sequenza
% di bit in ingresso: ogni bit della sequenza di ingresso viene
% ripetuto repetition_factor (=Ns) volte
%*****
% out: sequenza di uscita
%
% input_sequence: sequenza di ingresso
% repetition_factor: fattore di ripetizione (=Ns)
%*****
%

rect=ones(1,repetition_factor);

t=zeros(1,(length(input_sequence))*repetition_factor);

t(1:repetition_factor:1+repetition_factor*((length(input_sequence))-1)) =
input_sequence;

t2=conv(t,rect);

out=t2(1:repetition_factor*length(input_sequence));

```

```

function
[BER,Pe_sim]=BERSuSNR(Nu,num_symbols,Ns,Nh,Np,EbsuNo_dB,num_prove,...
samples,Tc,taum,delta_PPM,Tm);
%
% *****
% FUNZIONE PRINCIPALE SIMULATORE
% funzione che grafica la probabilità di errore su bit teorica e simulata
% in funzione del rapporto  $E_b/N_0$  all'ingresso del ricevitore
% in condizioni di perfetto controllo di potenza e in assenza del canale
% *****
% BER : probabilità di errore teorica
% Pe_sim : probabilità di errore simulata
%
% Nu : numero totale utenti attivi
% num_symbols : numero di simboli trasmessi
% Ns : numero di monocicli per bit
% Nh : numero di time slot nel frame
% Np : periodicità del codice
% EbsuNO_dB :  $E_b$  energia per bit su potenza rumore ricevitore
% num_prove : numero di simulazioni per un certo valore di EbsuNo
% samples : numero di campioni per nsec (frequenza di campionamento)
% Tc : time slot [nsec]
% taum :  $\tau_m$  [nsec]
% delta_PPM :  $v(t)=w(t)-w(t-\text{delta\_PPM})$  [nsec]
% Tm : durata monociclo [nsec]
% *****
%
dt=(1/samples)*1e-9; % intervallo tra campioni

% calcolo dei campioni relativi agli intervalli temporali
samples_per_slot = floor(Tc*samples);
samples_per_frame = samples_per_slot*Nh;
Tf=(Nh*Tc*1e-9);
samples_per_bit=samples_per_frame*Ns;
total_samples=samples_per_bit*num_symbols;
samples_per_delta = floor(samples*delta_PPM);

A=ones(1,Nu); % assenza di canale: A è il vettore delle
% ampiezze che trasmetto e che ricevo

% calcolo monociclo
monocycle = pulse_uwb(samples,taum,Tm); % monociclo : impulso di Scholtz
Ew=sum(monocycle.^2); % energia del monociclo (energia di sequenza)
Epulse=A(1)^2*Ew; % energia dell'impulso
Eb=Ns*Epulse; % energia per bit

%EpulsesuNo_dB=10*log10(A(1)^2)+EwsuNo_dB;
%Ppulse=Epulse/samples_per_frame; % potenza dell'impulso (segnale utile);
%Ppulse_dB=10*log10(Ppulse);

```

```

% calcolo impulso sagomato
total_samples_v=length(monocycle)+samples_per_delta;
m=v(monocycle,total_samples_v,samples_per_delta); % v(t)=w(t)-w(t- δ)

% calcolo valori mp e sigma_v_quadro
[mp,sigma_vquadro]=mpsigmavquadro(taum,delta_PPM);

% calcolo potenze
% potenza segnale utile uscita correlatore
pot_out_signal=(Ns*A(1)*mp)^2;
% potenza interferenti uscita correlatore
sigma_aquadro=(1/Tf)*sigma_vquadro;
pot_out_int=Ns*sigma_aquadro*sum(A(2:Nu).^2);

% calcolo probabilità di errore simulata e teorica
for k=1:length(EbsuNo_dB)

    EbsuNo=10^(EbsuNo_dB(k)/10); % trasformazione del valore in dB
    No=Eb/EbsuNo;
    PNo=No/2;

    %SNR_dB(k)=10*log10(2/samples_per_frame)+EpulsesuNo_dB(k);
    %P_noise_dB=Ppulse_dB-SNR_dB(k);
    %P_noise=10^(P_noise_dB/10); % PNo = No/2

    Rho=sum((m.^2).*dt); % autocorrelazione di v(t) nell'origine = 2*mp
    npow_out=Ns*(PNo*dt)*Rho; % potenza di rumore all'uscita del correlatore
    % normalizzazione di PNo perchè in realtà PNo
    % non va calcolata come sequenza

    SNR1=pot_out_signal/npow_out; % SNR relativo al solo utente utile
    % (in assenza di utenti interferenti)
    SNR_uwb=pot_out_signal/pot_out_int; % SNR relativo solo agli interferenti
    SNR=(1/SNR1+1/SNR_uwb)^-1; % SNR complessivo
    % (con utenti interferenti)

    BER(k)=(1/2)*erfc(sqrt(SNR/2)); % probabilità di errore teorica

    cs_m=0;
    ku_m=0;

% calcolo probabilità di errore simulata

for i=1:num_prove

    % calcolo segnale UWB in presenza di Nu utenti attivi
    [data_tx,msk,total_signal]=utenti_interferenti(Nu,A,num_symbols,Ns,Nh,Np,...
    total_samples,samples_per_frame,samples_per_slot,samples_per_delta,...
    monocycle,m);

```

```

% simulazione del ricevitore
[data_rx,r,zmui_i]=receiver_soft(PNo,total_signal,msk,num_symbols,dt);

% numero errori
e(i)=sum(abs(data_tx-data_rx));

end

e_medio=sum(e)/num_prove; % numero errori mediato sul numero di prove
                           effettuate

Pe_sim(k)=e_medio/num_symbols; % probabilità di errore simulata

% test chi_square
[cs,ku]=test_chi_square(zmui_i,num_symbols,F_1);
cs_m=cs_m+cs;
ku_m=ku_m+ku;

end

cs__medio=cs_m/num_prove;
livello_test=calcolo_alfa(n,cs_medio);
ku_medio=ku_m/num_prove;

% grafici
figure(1);
subplot(2,1,1);
plot(r);
subplot(2,1,2);
plot(msk);
figure(1);
plot(EbsuNo_dB,[BER;Pe_sim]);
ylabel('Ber');
xlabel('Eb/No (dB)');
title('Nu= Ns= Nh= s= ');

```



```

function
[data_user1,msk,total_signal]=utenti_interferenti(Nu,A,num_symbols,Ns,Nh,Np,...
total_samples,samples_per_frame,samples_per_slot,samples_per_delta,...
monocycle,m);
%
%*****
% funzione che genera interferenza multiutente
%*****
% data_user1: sequenza di bit trasmessa dall'utente utile
% msk: maschera del ricevitore
% total_signal: segnale utile + segnale generato dagli interferenti
%*****
%
%
% inizializzazione vettori che contengono segnale complessivo di Nu utenti e
maschera
mui=zeros(1,total_samples);

masc=mui;

for j=1:Nu

    % generazione simboli (bit) trasmessi dal j_mo utente
    data_tx_j = rand(1,num_symbols)>0.5;

    % codice a ripetizione
    data2 = repetition_code(data_tx_j,Ns);

    % calcolo posizione dei monocicli w(t) e della maschera v(t)
    [mui,masc] = PPM_position_pulse(j,A(j),mui,masc,data2,length(data2),Nh,Np,...
        samples_per_frame,samples_per_slot,samples_per_delta);

    if j==1 % j=1 indica l'utente utile

        data_user1=data_tx_j; % dati trasmessi dall'utente utile

        % calcolo segnale di maschera
        msk=conv(masc,m);
        msk=msk(1:total_samples);

    end

    generated_user=j

end

% calcolo segnale complessivo
signal_trasmission = conv(mui,monocycle);
total_signal=signal_trasmission(1:total_samples);

```

```

function [mui,masc]=PPM_position_pulse( j,a,mui,masc,input_bits,N,Nh,Np,...
samples_per_frame,samples_per_slot,samples_per_delta);
%
%*****
% funzione che determina:
% 1) la posizione degli impulsi del j_mo interferente identificandola con un 1 che
%   è sommato al valore corrispondente in quella posizione determinato dagli
%   (j-1) interferenti precedenti;
% 2) la posizione del segnale sagomato v(t) per determinare il segnale maschera
%
% il j_mo interferente è supposto avere un ritardo uniformemente distribuito
% in [0,Tf) rispetto al segnale dell'utente utile
%*****
% mui: vettore di interferenza parziale
% masc: vettore di maschera
%*****
%
% calcolo codice di time hopping
slot=floor(rand(1,Np)*Nh)+1;

for k = 1 : N

    c=mod((k-1),Np)+1;    %codice di periodo pari a Np

    % calcolo indice di slot per ogni bit in cui è contenuto il monociclo
    index_slot=((k-1)*samples_per_frame)+((slot(c)-1)*samples_per_slot)+1;

    if j==1    % utente utile

        masc(index_slot)=1;    % posizione di v(t)

        % calcolo indice del bit trasmesso (PPM) per l'utente utile
        index_bit=index_slot+(input_bits(k)*samples_per_delta);

    else % utenti interferenti

        % generazione asincronismo tra utenti
        asyn = floor(rand(1)*samples_per_frame);

        % calcolo indice del bit trasmesso (PPM) per gli utenti interferenti
        index_bit=mod(asyn+index_slot+(input_bits(k)*samples_per_delta),...
                    (samples_per_frame*N))+1;

    end

    mui(index_bit)=mui(index_bit)+a;    % posizionamento del monociclo

end
end

```

```

function [data_rx,r,z_mui]=receiver_soft(PNo,total_signal,msk,num_symbols,dt);
%
%*****
% funzione che simula il ricevitore soft
%*****
% data_rx: sequenza di bit rivelati all'uscita del ricevitore
% z_mui: uscita del ricevitore corrispondente al solo segnale interferente
%*****
%

samples_per_bit=length(total_signal)/num_symbols; % (campioni per simbolo)

% determinazione del rumore gaussiano bianco del ricevitore
noise=sqrt(PNo)*randn(1,length(total_signal));

% oppure noise=wgn(1,length(total_signal),PNo);

r=total_signal+noise; % segnale complessivo all'ingresso del ricevitore

for k=1:num_symbols

    % calcolo integrale di test
    i=r((k-1)*samples_per_bit+1:k*samples_per_bit).*
        msk((k- 1)*samples_per_bit+1:k*samples_per_bit);

    out=sum(i);

    out=sum(i.*dt*1e9); %integrale normalizzato al nsec

    z_mui(k)=out;

    % decisione sul simbolo
    data_rx(k)=out<0; % dato rilevato

end

```

```

function [chi_sqare,Kurtotis]=test_chi_sqare(z_mui,N,F_1);
%
%*****
% funzione che applica test chi-square per vedere se la variabile di cui si
% conoscono le determinazioni z_mui è una variabile gaussiana
%*****
% chi_sqare: variabile kurtotis
% kurtotis: parametro kurtotis
%
% z_mui: vettore contenente le osservazioni della variabile di cui si vuole
% conoscere la distribuzione
% N: numero delle osservazioni (lunghezza z_mui)
% F_1: probabilità che la aleatoria cada nel primo intervallo
%*****
%
media=sum(z_mui)/N; % media della distribuzione

num=sum((z_mui-media).^2);
den=N-1;
var=num/den; %varianza della distribuzione
s=sqrt(var); %deviazione standard della distribuzione

num_Ku=sum((z_mui-media).^4);
den_Ku=(N-1)*s^4;
Kurtotis=num_Ku/den_Ku %parametro kurtotis

z_norm=(z_mui-media)/s; %normalizzazione della variabile in modo che
                        %sia a valore atteso nullo e varianza unitaria

% test chi-square

%determinazione estremi dell'intervallo tale per cui F_1 è la probabilità
% di cadere nel primo intervallo
P(1)=F_1/N;
zn_max=abs(sqrt(2)*erfcinv(2*(1-P(1))));
zn_min=-zn_max;

P(1)=1-0.5*erfc(zn_min/sqrt(2));
k=100;
delta_z=1*zn_max/k;
P(2)=1/2*(erfc(zn_min/sqrt(2))-erfc((zn_min+delta_z)/sqrt(2)));
F_2=N*P(2); % probabilità di cadere nel secondo intervallo

% determinazione larghezza intervalli
while (F_2<F_1)
    k=k-1;
    delta_z=1*zn_max/k;
    P(2)=1/2*(erfc(zn_min/sqrt(2))-erfc((zn_min+delta_z)/sqrt(2)));
    F_2=N*P(2);
end

```

```

z=[zn_min:delta_z:zn_max];
num_intervalli=length(z)+1;
n=num_intervalli-3; %gradi della variabile su cui si applica test

```

```

%determinazione intervallo per figure

```

```

z1(1)=zn_min-delta_z;
z1(2:length(z)+1)=z;
z1=z1+delta_z/2;

```

```

%istogramma

```

```

hist(z_norm,z1);
hold on
xlabel(' znorm x1e-9');
ylabel('occurrences');
title('Ns= Nh= s= ');
f=hist(z_norm,z1);

```

```

for i=2:length(z)
    P(i)=1/2*(erfc(z(i-1)/sqrt(2))-erfc(z(i)/sqrt(2)));
end
P(num_intervalli)=P(1);

```

```

% densità di probabilità di ipotesi

```

```

F=N*P;
plot(z1,F,'r');
hold off;

```

```

%variabile chi-square

```

```

deviazione=abs(f-F);
dev_norm=((deviazione).^2)./F;
chi_square=sum(dev_norm)

```

```

function alfa=calcolo_chi_critico(n,chi_critico);
%
%*****
% funzione che determina il livello del test chi-square
%*****
% alfa:livello del test
%
% n: numero dei gradi di libert 
% chi_critico: valore critico
%*****
%

passo=0.001;

x=[0:passo:10*sqrt(2*n)];

pdf=ncx2pdf(x,n,0);

plot(x,pdf);

i=1;

while x(i)<chi_critico

    i=i+1;

end

prob=sum(ncx2pdf(x(1:i),n,0))*passo;

alfa=1-prob;

```

B) Tabella B1

Upper critical values of chi-square distribution with ν degrees of freedom

ν	Probability of exceeding the critical value				
	0.10	0.05	0.025	0.01	0.001
1	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828
2	4.605	5.991	7.378	9.210	13.816
3	6.251	7.815	9.348	11.345	16.266
4	7.779	9.488	11.143	13.277	18.467
5	9.236	11.070	12.833	15.086	20.515
6	10.645	12.592	14.449	16.812	22.458
7	12.017	14.067	16.013	18.475	24.322
8	13.362	15.507	17.535	20.090	26.125
9	14.684	16.919	19.023	21.666	27.877
10	15.987	18.307	20.483	23.209	29.588
11	17.275	19.675	21.920	24.725	31.264
12	18.549	21.026	23.337	26.217	32.910
13	19.812	22.362	24.736	27.688	34.528
14	21.064	23.685	26.119	29.141	36.123
15	22.307	24.996	27.488	30.578	37.697
16	23.542	26.296	28.845	32.000	39.252
17	24.769	27.587	30.191	33.409	40.790
18	25.989	28.869	31.526	34.805	42.312
19	27.204	30.144	32.852	36.191	43.820
20	28.412	31.410	34.170	37.566	45.315
21	29.615	32.671	35.479	38.932	46.797
22	30.813	33.924	36.781	40.289	48.268
23	32.007	35.172	38.076	41.638	49.728
24	33.196	36.415	39.364	42.980	51.179
25	34.382	37.652	40.646	44.314	52.620
26	35.563	38.885	41.923	45.642	54.052
27	36.741	40.113	43.195	46.963	55.476
28	37.916	41.337	44.461	48.278	56.892
29	39.087	42.557	45.722	49.588	58.301
30	40.256	43.773	46.979	50.892	59.703
31	41.422	44.985	48.232	52.191	61.098
32	42.585	46.194	49.480	53.486	62.487
33	43.745	47.400	50.725	54.776	63.870
34	44.903	48.602	51.966	56.061	65.247
35	46.059	49.802	53.203	57.342	66.619
36	47.212	50.998	54.437	58.619	67.985
37	48.363	52.192	55.668	59.893	69.347
38	49.513	53.384	56.896	61.162	70.703
39	50.660	54.572	58.120	62.428	72.055
40	51.805	55.758	59.342	63.691	73.402
41	52.949	56.942	60.561	64.950	74.745
42	54.090	58.124	61.777	66.206	76.084
43	55.230	59.304	62.990	67.459	77.419
44	56.369	60.481	64.201	68.710	78.750
45	57.505	61.656	65.410	69.957	80.077
46	58.641	62.830	66.617	71.201	81.400
47	59.774	64.001	67.821	72.443	82.720
48	60.907	65.171	69.023	73.683	84.037

49	62.038	66.339	70.222	74.919	85.351
50	63.167	67.505	71.420	76.154	86.661
51	64.295	68.669	72.616	77.386	87.968
52	65.422	69.832	73.810	78.616	89.272
53	66.548	70.993	75.002	79.843	90.573
54	67.673	72.153	76.192	81.069	91.872
55	68.796	73.311	77.380	82.292	93.168
56	69.919	74.468	78.567	83.513	94.461
57	71.040	75.624	79.752	84.733	95.751
58	72.160	76.778	80.936	85.950	97.039
59	73.279	77.931	82.117	87.166	98.324
60	74.397	79.082	83.298	88.379	99.607
61	75.514	80.232	84.476	89.591	100.888
62	76.630	81.381	85.654	90.802	102.166
63	77.745	82.529	86.830	92.010	103.442
64	78.860	83.675	88.004	93.217	104.716
65	79.973	84.821	89.177	94.422	105.988
66	81.085	85.965	90.349	95.626	107.258
67	82.197	87.108	91.519	96.828	108.526
68	83.308	88.250	92.689	98.028	109.791
69	84.418	89.391	93.856	99.228	111.055
70	85.527	90.531	95.023	100.425	112.317
71	86.635	91.670	96.189	101.621	113.577
72	87.743	92.808	97.353	102.816	114.835
73	88.850	93.945	98.516	104.010	116.092
74	89.956	95.081	99.678	105.202	117.346
75	91.061	96.217	100.839	106.393	118.599
76	92.166	97.351	101.999	107.583	119.850
77	93.270	98.484	103.158	108.771	121.100
78	94.374	99.617	104.316	109.958	122.348
79	95.476	100.749	105.473	111.144	123.594
80	96.578	101.879	106.629	112.329	124.839
81	97.680	103.010	107.783	113.512	126.083
82	98.780	104.139	108.937	114.695	127.324
83	99.880	105.267	110.090	115.876	128.565
84	100.980	106.395	111.242	117.057	129.804
85	102.079	107.522	112.393	118.236	131.041
86	103.177	108.648	113.544	119.414	132.277
87	104.275	109.773	114.693	120.591	133.512
88	105.372	110.898	115.841	121.767	134.746
89	106.469	112.022	116.989	122.942	135.978
90	107.565	113.145	118.136	124.116	137.208
91	108.661	114.268	119.282	125.289	138.438
92	109.756	115.390	120.427	126.462	139.666
93	110.850	116.511	121.571	127.633	140.893
94	111.944	117.632	122.715	128.803	142.119
95	113.038	118.752	123.858	129.973	143.344
96	114.131	119.871	125.000	131.141	144.567
97	115.223	120.990	126.141	132.309	145.789
98	116.315	122.108	127.282	133.476	147.010
99	117.407	123.225	128.422	134.642	148.230
100	118.498	124.342	129.561	135.807	149.449
100	118.498	124.342	129.561	135.807	149.449

BIBLIOGRAFIA

- [1] Welborn M. L., "System Considerations for Ultra-Wideband Wireless Networks", *Proceedings of RAWCON 2001*, 2001, pp.5-8;
- [2] Scholtz R. A., "Multiple Access with Time-Hopping Impulse Modulation", *Proceedings of MILCOM '93*, 1993, pp.447-450;
- [3] Win M. Z., Scholtz R. A., "Ultra-Wide Bandwidth Time-Hopping Spread-spectrum Impulse Radio for Wireless Multiple-Access communications", *IEEE Transactions on communications*, vol.40, n°4, April 2000, pp.679-691;
- [4] Win M.Z., Scholtz R.A., "Impulse Radio: How It Works", *IEEE communications letters*, vol.2, n°2, February 1998, pp.36-38;
- [5] Di Benedetto M.-G. et al., "Networking with UWB", *Proceedings of the First International Workshop "Networking with UWB"*, edizioni Ingegneria 2000, 2001;
- [6] Kolenchery S.S., Townsend J.K., Freebersyser J.A., "Performance of Local Power in Peer-to-Peer Impulse Radio Networks with Bursty Traffic", *IEEE GLOBECOM '97*, 1997, Vol.2 , pp.910-916;
- [7] Weeks G.D., Townsend J.K., Freebersyser J.A., "Performance of Hard Decision Detection for Impulse Radio", *Proceedings of MILCOM 1999*, vol.2, 1999, pp.1201-1206;
- [8] Durisi G., Romano G., "On the Validity of Gaussian Approximation to Characterize the Multiuser Capacity of UWB TH PPM", *IEEE 2002, Conference on Ultra Wideband System and technologies*, 2002, pp. 157-161;
- [9] Buccini A., "Tecniche trasmissive Ultra wide band radio: analisi e simulazioni del sistema Whyless.com", *Laurea thesis*, Università "La Sapienza" Roma, 2001;
- [10] Bendat J.S., Piersol A.G., "Random data. Analysis and measurement procedures", *John Wiley & Sons*, 1986 second edition.